



Pedro Henrique Coelho da Silva

**Estribos Duplos Abertos como Armadura de  
Punção para Lajes Lisas de Concreto Armado**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação de mestrado orientada pelo Professor:  
D.Sc. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Belém – Pará – Brasil  
2019

Universidade Federal do Pará  
Instituto de Tecnologia  
Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil



**Pedro Henrique Coelho da Silva**

**Estribos Duplos Abertos como Armadura de Punção para Lajes  
Lisas de Concreto Armado**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará. Julgada pela comissão examinadora seguinte.

**Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira**  
Orientador  
Universidade Federal do Pará – UFPA

**Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto**  
Examinador Interno  
Universidade Federal do Pará – UFPA

**Prof. Dr José Neres da Silva Filho**  
Examinador Externo  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Belém, 18 de Fevereiro de 2019.



**ESTRIBOS DUPLOS ABERTOS COMO ARMADURA DE  
PUNÇÃO PARA LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO**

AUTOR:

**PEDRO HENRIQUE COELHO DA SILVA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA  
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA  
ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 18/02/2019

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Orientador (UFPA)

Prof. Dr. José Neres da Silva Filho  
Membro Externo (UFRN)

Prof. Dr. Bernardo Nunes de Moraes Neto  
Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGEC / ITEC / UFPA

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Pedro Henrique Coelho da Silva

TÍTULO: Estribos Duplos Abertos Como Armadura de Punção para Lajes Lisas de Concreto Armado.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

*Pedro Henrique Coelho da Silva*

**Pedro Henrique Coelho da Silva.**

Tv. Humaitá n°2589

66.093-047 Belém – PA – Brasil.

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

---

C672e

COELHO DA SILVA, PEDRO HENRIQUE  
ESTRIBOS DUPLOS ABERTOS COMO ARMADURA DE  
PUNÇÃO PARA LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO /  
PEDRO HENRIQUE COELHO DA SILVA. — 2019.  
142 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira.  
Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do  
Pará, Belém, 2019.

1. laje lisa. 2. concreto armado. 3. armadura de punção. 4.  
punção simétrica. 5. estribo. I. Título.

---

CDD 624.1834

*Dedico aos meus pais, Eloir e Valdenisia,  
que, independente das dificuldades,  
sempre me proporcionaram  
o incentivo e suporte necessários  
para estudar.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pelo cuidado, proteção e segurança que sempre me proporcionou estando comigo em todos os momentos.

Ao meu orientador, Prof. Dênio Raman, por ter me orientado em pesquisas desde a graduação ao mestrado, e por estar sempre disposto a compartilhar conhecimento durante todo o tempo de realização desta pesquisa.

Aos meus pais, Eloir e Valdenisia, pelo apoio incondicional em todos esses anos de estudo morando longe da família.

Aos Professores do PPGEC Alcebiades Macedo, e Bernardo de Moraes Neto pelo interesse e contribuição com essa pesquisa.

Aos amigos, André Malcher, Maurílio Pimentel, Paulo Mota, João Lisboa, Amaury Aguiar, Cássio Maués, Denison Braun, Stevenson Mendonça, Vander Melo, Joel Martins, pelo apoio e auxílio na realização experimental desta pesquisa.

Ao CNPq e a CAPES pelo apoio financeiro para a concretização desta pesquisa e de outras tantas no Norte do País.

## RESUMO

SILVA, P. H. C. **Estribos Duplos Abertos como Armadura de Punção para Lajes Lisas de Concreto Armado**. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, Pará, Brasil. 2019.

Com o intuito de investigar a eficiência de uma nova armadura de cisalhamento de fácil instalação e confecção para o combate à punção em lajes lisas bidirecionais de concreto armado, foram confeccionados 5 modelos desse sistema estrutural de laje tendo dimensões em planta de 1.400 mm x 1.400 mm e 120 mm de espessura, os quais são analisadas experimentalmente sendo submetidos ao puncionamento simétrico. A resistência mecânica do concreto e a taxa de armadura longitudinal estabelecida para todas as lajes é de 30 MPa e 1,06% respectivamente. Dos cinco modelos analisados, 4 apresentam armadura de cisalhamento e 1 não, servindo este último como referência. A armadura de cisalhamento é constituída por estribos abertos de camadas duplas ancorados sobre a armadura de flexão, permitindo assim, sua instalação após o posicionamento das barras longitudinais. Duas lajes recebem estribos transversais ao seu plano, variando seus diâmetros em 5 mm e 6,3 mm, e duas recebem estribos inclinados a 60° com o plano da laje, essa inclinação tem o intuito de formar um ângulo aproximado de 90° com a superfície de ruptura característica da punção, estes também variam seu diâmetro em 5 mm e 6,3 mm. As cargas de ruptura foram estimadas por três relevantes normas de projeto de estruturas de concreto armado, o ACI 318 (ACI, 2014), o EUROCOD 2 (CEN 2004), a NBR 6118 (ABNT, 2014), além das recomendações do MODEL CODE (*fib* 2010). Nesse sentido, são apresentados os resultados de cargas últimas e modos de ruptura e como esse estribo trabalhou de forma a possibilitar às lajes um acréscimo de resistência de até 40 % em sua carga de ruptura.

Palavra-chave: Laje lisa, concreto armado, armadura de punção, punção simétrica, estribo.

## ABSTRACT

COELHO, P. H. S. **Double Open Stirrups for Punch Reinforcement in flat Slabs Reinforced Concrete.** Masters Dissertation, Postgraduate Program in Civil Engineering, Institute of Technology, Federal University of Pará, Belém, Pará, Brazil. 2019.

With the purpose of investigating the efficiency of a new shear reinforcement with easy installation and preparation for the punch reinforcement in bidirectional flat slabs of reinforced concrete, 5 models of this structural system of slab were constructed with dimensions of 1,400 mm x 1,400 mm and 120 mm thick, which are analyzed experimentally and subjected to symmetrical punching. The mechanical strength of the concrete and the longitudinal reinforcement rate established for all slabs is 30 MPa and 1.06% respectively. Of the five analyzed models, 4 have shear reinforcement and 1 not, the latter being used as reference. The shear reinforcement is constituted by open stirrups of double layers anchored on the bending armature, thus allowing its installation after the positioning of the longitudinal bars. Two slabs receive stirrups transverse to their plane, varying their diameters by 5 mm and 6.3 mm, and two receive stirrups inclined at 60 ° with the plane of the slab, this inclination is intended to form an approximate angle of 90 ° with the characteristic surface of the punch, these also vary its diameter by 5 mm and 6.3 mm. The rupture loads were estimated by three relevant design standards for reinforced concrete structures, ACI 318 (ACI, 2014), EUROCOD 2 (CEN 2004), NBR 6118 (ABNT, 2014), as well as the recommendations of MODEL CODE (fib 2010). In this sense, the results of the last loads and modes of rupture are presented and how this stirrup worked in order to allow the slabs an increase of resistance of up to 40% in their load of rupture.

Keywords: Flat slab, reinforced concrete, shear reinforcement, symmetric punch, stirrup.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2	JUSTIFICATIVA	4
1.3	OBJETIVO	5
1.4	METODOLOGIA E MOTIVAÇÃO	5
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	OLIVEIRA (1998)	7
2.2	BROMS (2000)	11
2.3	TRAUTWEIN (2001)	13
2.4	BEUTEL & HEGGER (2002)	16
2.5	PILAKOUTAS & LI (2003)	18
2.6	CARVALHO (2006)	21
2.7	SOUZA (2007)	25
2.8	Ruiz & Muttoni (2010)	27
2.9	LIPS <i>et al.</i> (2012)	30
2.10	MÉTODOS TEÓRICOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO	33
2.11	RESISTENCIA À FLEXÃO PELA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA	35
3	RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO	38
3.1	ACI 318 (ACI, 2014)	38
3.2	MODEL CODE ( <i>FIB</i> , 2010)	41
3.3	EUROCODE 2 (CEN, 2004)	44
3.4	NBR 6118 (ABNT, 2014)	48
4	PROGRAMA EXPERIMENTAL	52
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	52
4.2	CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS	53
4.3	ARMADURA DE FLEXÃO	54

4.4	ARMADURA DE CISALHAMENTO	56
4.4.1	Estribo Perpendicular ao Plano da Laje (90°)	56
4.4.2	Estribo Inclinado a 60° com o Plano da Laje	59
4.5	INSTRUMENTAÇÃO	62
4.5.1	Armadura de Flexão	63
4.5.2	Armadura de Cisalhamento	63
4.5.3	Concreto	65
4.6	DESLOCAMENTOS VERTICAIS	66
4.7	SISTEMA DE ENSAIO	68
4.8	PROCESSO DE CARREGAMENTO	70
5	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	72
5.1	AÇO	72
5.2	CONCRETO	73
6	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	75
6.1	DESLOCAMENTO VERTICAL DAS LAJES	75
6.2	DEFORMAÇÕES DO CONCRETO	84
6.3	DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO	85
6.4	DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE CISALHAMENTO	90
6.5	MAPAS DE FISSURAÇÃO	92
6.6	CARGAS DE RUPTURA OBSERVADAS	99
6.7	SUPERFÍCIE DE RUPTURA	99
6.8	MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS	106
7	ESTIMATIVAS NORMATIVAS	108
7.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	108
7.2	ESTIMATIVA DE ACORDO COM O ACI 318 (ACI, 2014).	108
7.3	ESTIMATIVA DE ACORDO COM O MODEL CODE (FIB, 2010)	110
7.4	ESTIMATIVA DE ACORDO COM A EUROCODE 2	112
7.5	ESTIMATIVA DE ACORDO COM A NBR 6118 (ABNT, 2014).	114
7.6	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	115
7.7	ESTIMATIVA PARA AS RUPTURAS POR FLEXÃO	116

8	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	117
8.1	CONSIDERAÇÕES	117
8.2	DESLOCAMENTO VERTICAL DAS LAJES	117
8.3	DEFORMAÇÕES DO CONCRETO	118
8.4	DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO	118
8.5	DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE CISALHAMENTO	118
8.6	MAPAS DE FISSURAÇÃO	118
8.7	CARGAS DE RUPTURA OBSERVADAS	119
8.8	MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS	119
8.9	ESTIMATIVAS NORMATIVAS	119
8.10	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	119
9	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	121

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Sistemas estruturais com lajes em concreto armado.....	1
Figura 1.2 – Distribuição das fissuras na ruptura por punção .....	3
Figura 1.3 – Superfície de ruptura MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010).....	3
Figura 2.1 – Disposição das armaduras de flexão (OLIVEIRA, 1998) .....	8
Figura 2.2 – Detalhe dos ganchos de ancoragem (OLIVEIRA, 1998) .....	8
Figura 2.3 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D3R a D8I (OLIVEIRA, 1998). .....	9
Figura 2.4 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D9I a D11I (OLIVEIRA, 1998) .....	10
Figura 2.5 – Disposição das armaduras transversais (BROMS, 2000) .....	12
Figura 2.6 – Curvas de carga-deslocamento dos modelos ensaiados (BROMS, 2000) .....	13
Figura 2.7 – Disposição das armaduras de flexão e detalhe dos ganchos de ancoragem (TRAUTWEIN, 2001).....	14
Figura 2.8 – Armadura de punção (BEUTEL & HEGGER, 2002).....	17
Figura 2.9 – Detalhamento das lajes (BEUTEL & HEGGER, 2002) .....	17
Figura 2.10 – Detalhes da armadura de punção (PILAKOUTAS & LI, 2003).....	19
Figura 2.11 – Detalhamento da armadura de flexão (PILAKOUTAS & LI, 2003).....	19
Figura 2.12 – Detalhamento das armaduras de punção (PILAKOUTAS & LI, 2003) .....	20
Figura 2.13 – Sistema de ensaio (PILAKOUTAS & LI, 2003) .....	20
Figura 2.14 – Estribos utilizados (CARVALHO, 2006).....	22
Figura 2.15 – Detalhe da região central das lajes L1 a L6 (CARVALHO, 2006) .....	23
Figura 2.16 – Detalhe da região central das lajes L9 e L10 (CARVALHO, 2006) .....	24
Figura 2.17 – Características geométricas dos modelos ensaiados (SOUZA, 2007) .....	25
Figura 2.18 – Estribo aberto e inclinado de combate à punção (SOUZA, 2007).....	26
Figura 2.19 – Detalhamento das lajes (RUIZ & MUTTONI, 2010).....	28
Figura 2.20 – Curvas de carga-deslocamento das lajes (RUIZ & MUTTONI, 2010).....	29
Figura 2.21 – Detalhamento das armaduras de punção (LIPS et al. 2012) .....	31
Figura 2.22 – Distribuição das armaduras de punção (LIPS et al. 2012).....	31
Figura 2.23 – Sistema de ensaio (LIPS et al. 2012).....	32
Figura 2.24 – Modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao atravessar a biela teórica, MUTTONI et al. (2013) .....	34

Figura 2.25 – Diagrama simplificado das tensões de compressão no concreto (estádio III).....	36
Figura 2.26 – Configuração de ruína por flexão para laje em estudo .....	37
Figura 3.1 – Perímetro de controle ( $b_0$ ) para avaliar a punção segundo o .....	39
Figura 3.2 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento, ACI 318 (ACI, 2014).....	41
Figura 3.3 – Modelo de ruptura para verificação por punção, MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010).....	41
Figura 3.4 – Perímetro de controle para pilares internos, MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010) .....	42
Figura 3.5 – Perímetro de controle para pilares internos com armadura de cisalhamento, MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010) .....	44
Figura 3.6 – Perímetro de controle, EUROCODE 2 (CEN, 2004) .....	45
Figura 3.7 – Perímetro de controle, EUROCODE 2 (CEN, 2004) .....	45
Figura 3.8 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento, Eurocod 2 .....	47
Figura 3.9 – Perímetro de controle para pilar interno, NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	48
Figura 3.10 – Perímetro de controle com armadura de punção, NBR 6118 (ABNT, 2014).....	50
Figura 3.11 – Disposição da armadura de punção em corte.....	51
Figura 4.1 – Região de momento fletor negativo.....	53
Figura 4.2 – Disposição das armaduras longitudinais das lajes .....	55
Figura 4.3 – Vista isométrica da armadura de flexão.....	56
Figura 4.4 – Estribo perpendicular .....	57
Figura 4.5 – Arranjo das armaduras transversais nas lajes L1 e L3.....	57
Figura 4.6 – Vista do corte A-A' nas lajes L1 e L3 .....	58
Figura 4.7 – Vista do corte B-B' nas lajes L1 e L3.....	58
Figura 4.8 – DET. 01 (arranjo dos estribos perpendiculares) .....	58
Figura 4.9 – Laje L1 com estribos perpendiculares .....	59
Figura 4.10 – Vista ampliada dos estribos na laje L1 .....	59
Figura 4.11 – Estribo inclinado .....	60
Figura 4.12 – Arranjo das armaduras transversais nas lajes L2 e L4.....	60
Figura 4.13 – Vista do corte A-A' nas lajes L2 e L4 .....	61
Figura 4.14 – Vista do corte B-B' nas lajes L2 e L4.....	61
Figura 4.15 – DET. 01 (arranjo dos estribos inclinados) .....	61

Figura 4.16 – Laje L2 com estribos inclinados .....	62
Figura 4.17 – Vista ampliada dos estribos na laje L2 .....	62
Figura 4.18 – Disposição dos extensômetros na armadura de flexão .....	63
Figura 4.19 – Posicionamento dos extensômetros nos estribos .....	64
Figura 4.20 – Camadas de estribos perpendiculares monitoradas .....	64
Figura 4.21 – Camadas de estribos inclinados monitorados .....	64
Figura 4.22 – Estribos após a fixação dos extensômetros .....	65
Figura 4.23 – Armadura monitorada .....	65
Figura 4.24 – Posicionamento do extensômetro na face inferior da laje .....	66
Figura 4.25 – Modelo de defletômetro digital usado .....	66
Figura 4.26 – Distribuição dos refletômetros nas lajes .....	67
Figura 4.27 – Posicionamento dos defletômetros nos ensaios .....	67
Figura 4.28 – Vista em planta do sistema de ensaio .....	68
Figura 4.29 – Vista do corte A-A' do sistema de ensaio.....	69
Figura 4.30 – Vista isométrica do sistema de ensaio .....	69
Figura 4.31 – Disposição do sistema de ensaio.....	70
Figura 4.32 – Equipamentos utilizados para aplicação e monitoramento da carga .....	71
Figura 4.33 – Sistema de aplicação de carregamento no ensaio .....	71
Figura 5.1 – Relação <i>tensão x deformação</i> (curva média) das barras de aço .....	72
Figura 5.2 – Ensaio de abatimento do tronco de cone .....	73
Figura 5.3 – corpos-de-prova moldados.....	73
Figura 5.4 – Concretagem das lajes .....	74
Figura 5.5 – Ensaio para determinação das propriedades mecânicas do concreto .....	74
Figura 6.1 – Disposição em planta dos defletômetros .....	75
Figura 6.2 – Curva de carga-deslocamento das lajes (defletômetro D3) .....	76
Figura 6.3 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo X.....	78
Figura 6.4 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo Y .....	78
Figura 6.5 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo X.....	79
Figura 6.6 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo Y.....	79
Figura 6.7 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo X.....	80
Figura 6.8 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo Y.....	80
Figura 6.9 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo X.....	81
Figura 6.10 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo Y.....	81

Figura 6.11 – Deslocamento vertical da laje L4 no eixo X.....	82
Figura 6.12 – Deslocamento vertical da laje L4 no eixo Y.....	82
Figura 6.13 – Curvas de carga-deslocamento das lajes.....	83
Figura 6.14 – Deformação tangencial do concreto nas lajes ensaiadas .....	84
Figura 6.15 – Deformações na armadura longitudinal em toda as lajes no EERs1 .....	85
Figura 6.16 – Deformações dos extensômetros na laje LR.....	86
Figura 6.17 – Deformações dos extensômetros na laje L1 .....	87
Figura 6.18 – Deformações dos extensômetros na laje L2 .....	87
Figura 6.19 – Deformações dos extensômetros na laje L3 .....	88
Figura 6.20 – Deformações dos extensômetros na laje L4 .....	88
Figura 6.21 – Curva de carga-deformação das lajes .....	89
Figura 6.22 – Deformação dos estribos na laje L1.....	90
Figura 6.23 – Deformação dos estribos na laje L2.....	91
Figura 6.24 – Deformação dos estribos na laje L3.....	91
Figura 6.25 – Deformação dos estribos na laje L4.....	92
Figura 6.26 – Panorama de fissuração da laje LR.....	94
Figura 6.27 – Panorama de fissuração da laje L1 .....	95
Figura 6.28 – Panorama de fissuração da laje L2 .....	96
Figura 6.29 – Panorama de fissuração da laje L3 .....	97
Figura 6.30 – Panorama de fissuração da laje L4 .....	98
Figura 6.31 – Penetração da chapa na face inferior comum à todas as lajes .....	100
Figura 6.32 – Superfície de ruptura da laje LR.....	101
Figura 6.33 – Superfície de ruptura da laje L1.....	102
Figura 6.34 – Superfície de ruptura da laje L2.....	103
Figura 6.35 – Superfície de ruptura da laje L3.....	104
Figura 6.36 – Superfície de ruptura da laje L4.....	105
Figura 7.1 – Modelo do perímetro de controle segundo a ACI 318 (ACI, 2014).....	109
Figura 7.2 – Relação entre as cargas estimadas pelo ACI 318 (ACI, 2014) e as cargas.....	110
Figura 7.3 – Modelo dos perímetros de controle MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010) .....	111
Figura 7.4 – Relação entre as cargas estimadas pelo MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010) e as cargas experimentais. ....	112
Figura 7.5 – Perímetros de controle segundo Eurocode 2 (CEN, 2004).....	112

Figura 7.6 – Relação entre as cargas estimadas pela Eurocode 2 (CEN, 2004) e as cargas experimentais.....	113
Figura 7.7 – Perímetros de controle segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	114
Figura 7.8 Relação entre as cargas estimadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e as cargas experimentais.....	115
Figura 7.9 – Comparativo das cargas experimentais com as estimadas pelas normas.....	116

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características das lajes ensaiadas (OLIVEIRA 1998).....	7
Tabela 2.2 – Modos de ruptura observados (OLIVEIRA, 1998).....	11
Tabela 2.3 – Características das lajes (BROMS, 2000).....	11
Tabela 2.4 – Características dos modelos ensaiados (TRAUTWEIN 2001). ....	14
Tabela 2.5 – Cargas de rupturas dos modelos (TRAUTWEIN 2001). ....	15
Tabela 2.6 – Resultados dos ensaios (BEUTEL & HEGGER, 2002).....	18
Tabela 2.7 – Resultados dos ensaios (PILAKOUTAS & LI, 2003) .....	21
Tabela 2.8 – Características e resultados das lajes ensaiadas (CARVALHO, 2006).....	22
Tabela 2.9 – Características e resultados das lajes ensaiadas (SOUZA, 2007). ....	26
Tabela 2.10 – Características das lajes ensaiadas (RUIZ & MUTTONI, 2010).....	28
Tabela 2.11 – Características e resultados dos ensaios (LIPS et al. 2012) .....	32
Tabela 4.1 – Características das lajes.....	54
Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas das armaduras (valores médios).....	72
Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas do concreto.....	74
Tabela 6.1 – Deslocamentos verticais máximos no centro das lajes.....	77
Tabela 6.2 – Deformações máximas de compressão no concreto .....	84
Tabela 6.3 – Deformações máximas na armadura de flexão.....	86
Tabela 6.4 – Carga aproximada para o surgimento das primeiras fissuras .....	93
Tabela 6.5 – Cargas de ruptura.....	99
Tabela 6.6 – Modos de ruptura observados.....	107
Tabela 7.1 – Características das lajes.....	108
Tabela 7.2 – Estimativas segundo o código da ACI 318 (ACI, 2014).....	109
Tabela 7.3 – Estimativas segundo o MODEL CODE ( <i>fib</i> , 2010).....	111
Tabela 7.4 – Estimativas segundo a Eurocode 2 (CEN, 2004) .....	113
Tabela 7.5 – Estimativas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	114
Tabela 7.6 – Relação cargas última de flexão e punção.....	116

## LISTA DE SIMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$A_c$	Área de concreto;
$A_s$	A soma da área da seção transversal da armadura de cisalhamento;
$b_0$	Perímetro crítico (ACI 318, 2011) (Model Code 2010, 2011);
$b_1$	Perímetro básico de controle;
$b_{1,red}$	Perímetro básico de controle reduzido (Model Code 2010, 2011);
$b_s$	Faixa de comprimento ao redor do apoio ou área carregada;
$b_u$	Diâmetro de um círculo de área igual a área interna da região delimitada pelo perímetro de controle;
$C$ e $C'$	Contornos críticos da NBR 6118 (ABNT, 2014);
$d = d_v$	Altura útil da laje (mm);
$d_g$	Diâmetro máximo do agregado graúdo;
$E_s$	Módulo de elasticidade da armadura longitudinal tracionada;
$e_u$	Excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro básico de controle;
$e_{u,i}$	Excentricidade da resultante dos esforços de cisalhamento nas duas direções principais com relação ao centroide do pilar ou área carregada;
$f_c$	Resistência a compressão do concreto;
$f_{ck}$	Resistência à compressão característica do concreto;
$F_{sd}$	Força ou reação concentrada;
$f_{yk}$	Tensão de escoamento característica da armadura longitudinal tracionada;
$k_e$	Coefficiente de excentricidade;
$m_{Rd}$	Momento resistente de cálculo por unidade de comprimento;
$m_{sd}$	Momento solicitante médio de cálculo por unidade de comprimento;
$m_{um}$	Momento fletor último por unidade de comprimento;
$\emptyset$	Diâmetro das barras de aço;
$P_{uACI}$	Carga de ruptura a punção estimada pela norma ACI 318 (ACI, 2011);
$P_{uEC2}$	carga de ruptura estimada pela Eurocode 2 (CEN, 2004);
$P_{flex}$	carga de ruptura por flexão;
$P_{uMC10}$	carga de ruptura estimada pela Model Code 2010 (fib, 2011);

$P_{uNBR}$	carga de ruptura estimada pela NBR 6118 (ABNT, 2014);
$P_u$	carga última de ruptura da laje;
$r_s$	distância do centroide do pilar ao ponto onde o momento é zero;
$s$	menor distância entre as faces do furo e do pilar;
$u$	perímetro no contorno crítico $C'$ (NBR 6118, 2014);
$u_1$	perímetro crítico (Eurocode 2, 2004);
$V_c$	força resistente oriunda do concreto;
$V_{Ed}$	esforço cortante solicitante de cálculo;
$V_n$	força de cisalhamento nominal;
$V_{Rd}$	resistência de cálculo ao cisalhamento;
$V_{Rd,c}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída ao concreto;
$V_{Rd,s}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída a armadura de cisalhamento;
$V_s$	força resistente proveniente da armadura de cisalhamento;
$V_u$	força de cisalhamento ponderada atuante na seção considerada;
$\beta_c$	razão entre o maior e o menor lado do pilar;
$\gamma_c$	é o coeficiente de segurança do concreto;
$\Delta e$	distância entre o centroide do perímetro básico de controle e o centroide do pilar;
$\rho$	taxa de armadura de flexão da laje;
$\psi$	é a rotação da laje ao redor da área apoiada ou carregada.

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O sistema estrutural de um edifício em concreto armado é constituído de lajes, vigas e pilares, onde as lajes destinam-se a transmitir o carregamento aplicado às vigas localizadas em suas bordas, essas vigas transmitem para os respectivos apoios pontuais que, por fim, transmitem para as fundações. Sendo assim, lajes são componentes essenciais na estrutura de edifícios com múltiplos pavimentos. MACGREGOR (1992) enfatiza que as lajes caracterizam um comportamento similar a um diafragma, contribuindo para o contraventamento da estrutura.

Segundo CUNHA & VICENTE (1998), as lajes em concreto armado são classificadas mediante diferentes aspectos: quanto a natureza, tem-se as lajes nervuradas, maciças, pré-fabricadas e mistas. Quanto à forma, configuram-se como poligonais ou elípticas. Quanto aos tipos de apoios, podendo ser contínuos (sobre alvenaria ou vigas), discretos (diretamente sobre pilares) e apoios proporcionados por determinados trecho de sua área (em contato com o solo, também denominadas radiers). A Figura 1.1 mostra alguns desses tipos.

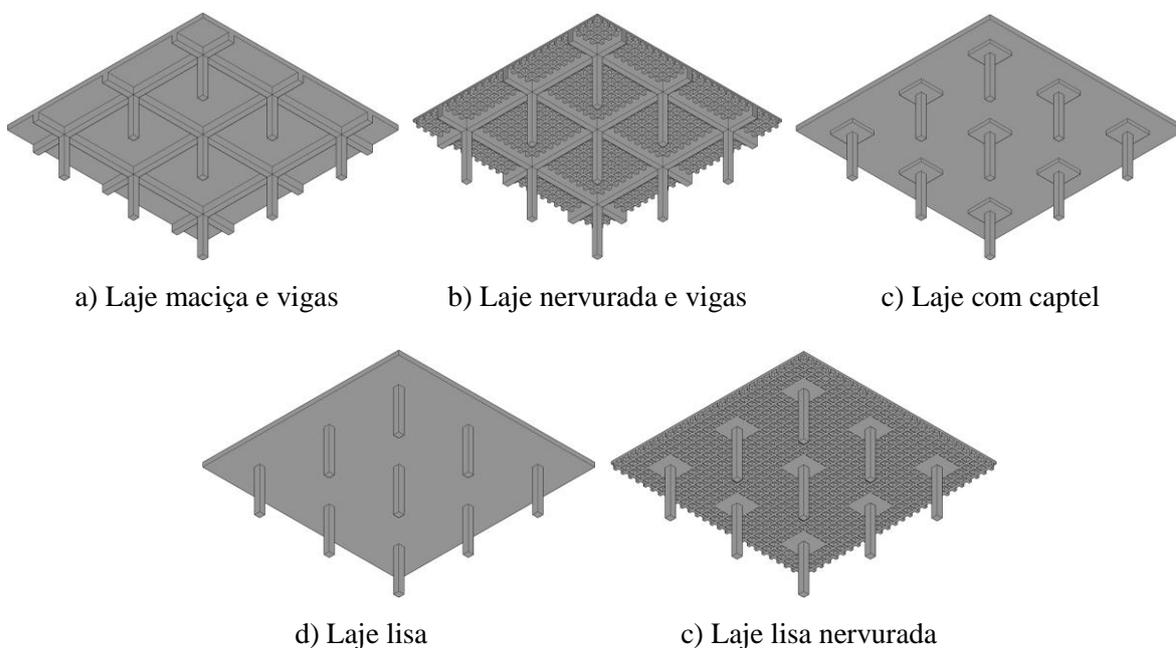


Figura 1.1 – Sistemas estruturais com lajes em concreto armado

Devido às constantes evoluções arquitetônicas, a construção civil tem requerido concepções de projeto para transpor grandes vãos, buscando sistemas estruturais seguros e econômicos que atendam às necessidades de mercado como a flexibilidade de layouts, onde se permite ao cliente a possibilidade de dividir internamente o imóvel sem restrições. DIAS (2004) afirma que, na maioria dos casos, o alto custo das formas tornou o sistema convencional de vigas e lajes maciças inviável e, por conseguinte, para viabilizar os empreendimentos, as lajes de concreto armado apoiadas diretamente em pilares vêm sendo empregadas cada vez mais em edificações residenciais e comerciais.

Diante desse quadro, as lajes lisas desempenham um papel importante, pois têm características que favorecem sua utilização, tais como: a dispensa da utilização de apoios horizontais (vigas), o que acarreta na redução do peso próprio da edificação e, conseqüentemente, uma diminuição das cargas nas fundações, simplificação na execução das formas da estrutura, resultando em mais agilidade no processo construtivo e redução no consumo de materiais, redução da altura do pé direito da edificação diminuindo os esforços solicitantes devido à ação dos ventos em razão de uma menor área de exposição, resultando também em menor custo com revestimento e com elementos verticais das diversas redes de instalação (hidráulica, elétrica, ar-condicionado).

O sistema de laje lisa apresenta algumas condicionantes, pode-se citar a possibilidade de ocorrência de flechas que ultrapassem as condições de serviço, momentos elevados na ligação laje-pilar, a diminuição da estabilidade global da edificação em relação aos esforços horizontais e, principalmente, a atuação de forças concentradas na superfície da laje ao redor dos pilares, a qual pode possibilitar uma ruptura frágil por punção sem que ocorra deformações significativas para uma carga menor do que seria a de flexão. Trata-se de um esforço localizado, porém, este pode originar a ruptura parcial ou total da estrutura por colapso progressivo.

O punção pode ser descrito como o efeito da ação de cargas transversais concentradas sobre placas podendo ocasionar uma ruptura brusca com pequeno ou nenhum aviso prévio. De acordo com PARK & GAMBLE (1980) a ruptura por punção ocorre ao longo de um tronco de cone ou pirâmide causado por uma fissura de tração na diagonal crítica. Neste caso a teoria convencional para cisalhamento em vigas não pode ser aplicada. A Figura 1.2 mostra uma distribuição esquemática típica das fissuras em uma laje na ocasião da ruptura por punção.

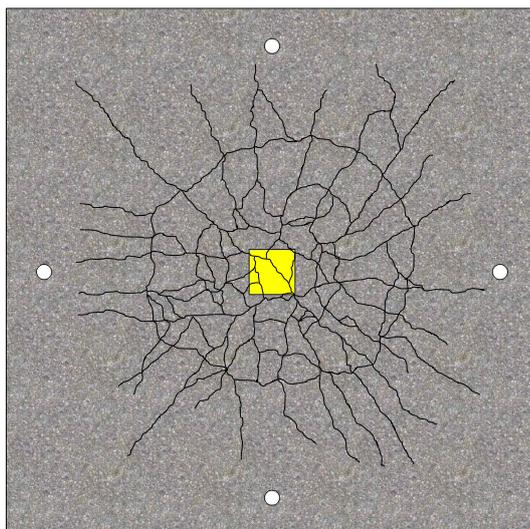


Figura 1.2 – Distribuição das fissuras na ruptura por punção

A Figura 1.3, retirada da norma MODEL CODE (*fib*, 2010) mostra a superfície de ruptura por punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento. Segundo esta norma, a forma de ruptura em tronco de cone desenvolve-se a partir da extremidade da área carregada até a face oposta da laje, seguindo uma inclinação de 25° a 30°, estando esta fissura já formada com cerca de 1/2 a 2/3 da carga de ruptura, mas sem levar a laje a uma condição instável.

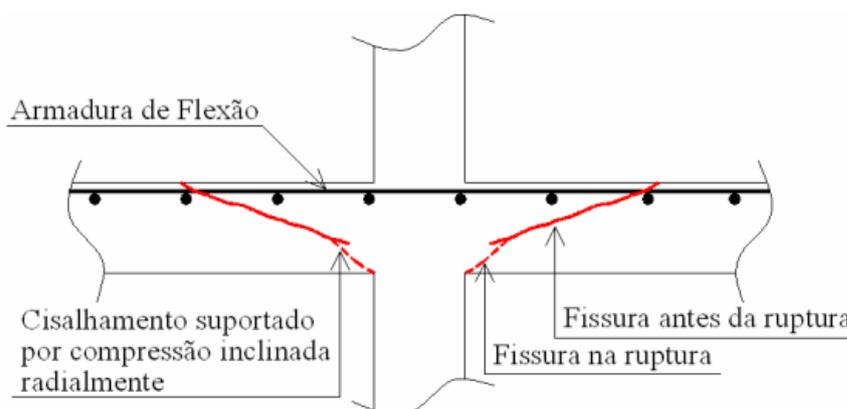


Figura 1.3 – Superfície de ruptura MODEL CODE (*fib*, 2010)

De acordo com AZEVEDO (1999), pode haver um aumento da resistência das lajes à punção das seguintes maneiras: aumento da espessura da laje em regiões próximas aos pilares ou áreas carregadas; aumento das dimensões dos pilares ou utilização de capitéis; utilização de concreto de alta resistência nas regiões próximas aos pilares ou áreas carregadas; uso da protensão; utilização de armadura de combate à punção transversais ou inclinadas; adição de fibras de aço ao concreto. MUTTONI (2010) refere que uso de armaduras específicas é

uma solução em crescimento de utilização, uma vez que permite aumentar a capacidade resistente, bem como a capacidade de rotação da laje.

O aumento da resistência pode possibilitar o aumento das cargas na estrutura ou a diminuição da espessura da laje para uma mesma carga, enquanto que o aumento da ductilidade permite a transferência interna de esforços, reduzindo a vulnerabilidade das estruturas frente às ações acidentais (sismos, incêndios, impacto, etc). Adicionalmente, a melhoria da capacidade de deformação permite identificar eventuais problemas antes do colapso da estrutura, favorecendo a segurança.

Quando se adota armadura de cisalhamento para uma maior resistência ao puncionamento da laje, ela deve satisfazer os requisitos de ancoragem e aproveitar a armadura de flexão como apoio na direção considerada, como ressalta o ACI 318 (ACI, 2014). Muitas das armaduras utilizadas hoje apresentam restrições relacionadas à execução e ao desempenho, pois para se obter um desempenho satisfatório estas devem estar ancoradas na parte superior e inferior e não interferir na colocação das outras armaduras, como as de flexão e as dos pilares.

Nesta pesquisa são utilizados dois tipos de estribos de fácil colocação nas lajes e suficientemente ancorados, sendo estes retangulares e abertos com duas camadas, diferindo entre os dois modelos o ângulo de inclinação com o plano da laje, sendo o primeiro a 90° e o segundo a 60°.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A utilização de lajes lisas como solução estrutural cresce significativamente, esse crescimento aumenta a necessidade de conhecer melhor esse sistema e aperfeiçoá-lo. Sendo as lajes apoiadas diretamente nos pilares, a concentração de tensões que surge ao redor de cada pilar devido às reações de apoio ou cargas concentradas faz com que a laje tenha sua resistência limitada pela punção.

Ao se adotar armadura de cisalhamento nas lajes obtêm-se um acréscimo de resistência à punção, porém muitas das armaduras utilizadas são de difícil colocação nas lajes e utilizam uma grande área de seção transversal para alcançar resultados significativos, sendo também de difícil confecção, o que acarreta em um maior dispêndio de tempo de execução e de volume de material a ser utilizado.

Frente a essa situação, essa pesquisa traz um novo arranjo de armadura de cisalhamento denominado de estribo duplo aberto, que busca de maneira eficiente satisfazer às recomendações normativas para armadura de combate à punção otimizando sua seção transversal de aço, garantindo sua correta ancoragem e posicionamento, bem como a facilidade de execução e instalação nas lajes mesmo depois de suas armaduras de flexão já posicionadas.

### 1.3 OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo contribuir com o conhecimento sobre o comportamento de lajes lisas em concreto armado com armadura de cisalhamento. Busca-se investigar experimentalmente o acréscimo de resistência em lajes lisas bidirecionais submetidas ao puncionamento simétrico utilizando um novo arranjo de estribos de fácil colocação visando garantir maior ductilidade à estrutura e otimizar sua execução. Os estribos a serem estudados dispõem-se perpendicularmente ao plano da laje e também formando um ângulo de  $60^\circ$  com a mesma. Neste estudo, são analisadas três relevantes normas de projeto de estruturas de concreto, o ACI 318 (ACI, 2014), o EUROCOD 2 (ECN, 2014), a NBR 6118 (ABNT, 2014) além das recomendações do MODEL CODE (*fib*, 2010). Desta maneira, será possível avaliar a precisão dos referidos códigos.

### 1.4 METODOLOGIA E MOTIVAÇÃO

No laboratório de engenharia civil da Universidade Federal do Pará (UFPA) foram ensaiadas cinco lajes lisas de concreto armado, sendo quatro com armadura de cisalhamento, e uma sem armadura de cisalhamento, submetidas a um carregamento concentrado por meio de um pilar central até atingir a ruptura. Essas lajes trazem como principais variáveis o diâmetro das camadas de seus estribos e também o ângulo que estes fazem com o plano da laje, sendo  $90^\circ$  e  $60^\circ$ . O pilar por sua vez apresenta a mesma dimensão para os 5 modelos.

Durante os ensaios, as lajes foram monitoradas por instrumentos de precisão, os deslocamentos verticais (deflectômetros), as tensões nas armaduras principais e nas armaduras de cisalhamento por meio de Extensômetros Elétricos de Resistência (EERs), até a progressão do estado de fissuração da placa, resultando em sua ruína. Com a obtenção e interpretação destes resultados, atende-se a motivação da pesquisa, que é entender o comportamento deste modelo estrutural quando armados ao cisalhamento com os denominados estribos duplos abertos.

## 1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em 8 capítulos, os quais são apresentados a seguir:

Capítulo 1 – Introdução – faz-se a introdução necessária ao trabalho, o seu objetivo, bem como a devida justificativa para o seu desenvolvimento.

Capítulo 2 – Revisão bibliográfica – São reunidas referências disponíveis provenientes de outros autores que servem como embasamento ao presente trabalho.

Capítulo 3 – Recomendações normativas para o cálculo da resistência ao puncionamento – São apresentadas as recomendações de 03 normas internacionais e 01 nacional, referentes à punção, as quais são utilizadas para estimar a resistência das lajes.

Capítulo 4 – Programa Experimental – Neste capítulo tem-se a caracterização geométrica das lajes ensaiadas, a divisão entre os grupos analisados, as taxas geométricas das armaduras utilizadas e suas disposições nos modelos, e o sistema de ensaio utilizado.

Capítulo 5 – Propriedades dos Materiais – São apresentadas as propriedades mecânicas dos materiais usados na confecção das lajes, aço e concreto, que resultaram dos ensaios conforme as recomendações normativas.

Capítulo 6 – Resultados Experimentais – Este capítulo contém os resultados dos ensaios e análises: propriedades dos materiais, deslocamento vertical, deformação do concreto, deformação das armaduras de flexão, deformação dos estribos, mapa de fissuração, cargas últimas, modo de ruptura e superfície de ruptura.

Capítulo 7 – Estimativas Normativas – Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados das resistências características das lajes ao puncionamento de acordo com as normas e códigos em estudo. Ainda neste capítulo é apresentado o cálculo da ruptura prevista por flexão que é feito conforme a teoria das linhas de ruptura.

Capítulo 8 – Conclusão – Neste Capítulo são apresentadas as conclusões obtidas por meio deste estudo e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 OLIVEIRA (1998)

OLIVEIRA (1998), analisou o desempenho de 11 lajes lisas de concreto armado com dimensões em planta de 1.800 mm x 1.800 mm e 130 mm de espessura, concreto de elevado desempenho com resistência  $f_c$ , variando entre 60 e 66 MPa e submetidas a um carregamento simétrico. O objetivo do estudo foi investigar o acréscimo de resistência ao puncionamento, proporcionado por dois modelos de armadura de cisalhamento.

O primeiro modelo de armadura analisado pelo autor foi o estribo convencional, caracterizado por ser retangular e posicionar-se na vertical, em relação à superfície plana da laje. O segundo modelo foi o estribo aberto e inclinado, o qual apresentava uma inclinação de 60° no intuito de formar um ângulo de 90° com a superfície de ruptura por punção. A Tabela 2.1 apresenta as características das lajes analisadas, as lajes com denominações terminadas com a letra *R* são constituídas por estribos retangulares, e as finalizadas com a letra *I* são constituídas por estribos inclinados abertos.

Tabela 2.1 – Características das lajes ensaiadas (OLIVEIRA 1998).

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yv}$ (MPa)	Estribo	Distribuição adotada	$\phi_{Est.}$ (mm)	$A_{sv}/Cam$ (mm <sup>2</sup> )	Nº cam.
D1	93	1,0	68,8	-	-	-	-	-	-
D2	97		62,8	-	-	-	-	-	-
D3R	105		63,0	900	Retangular	Fileiras	5,0	157,1	2
D4R	103		66,3	643			6,3	249,4	
D5R			61,4	643			3		
D6I	100		62,4	900	Inclinado		5,0	157,1	2
D7I			60,0	643			6,3	249,4	
D8I	100		62,6	643	Inclinado		6,3	249,4	3
D9I			60,0			4			
D10I	105		61,0			Alternada			249,4*
D11I	102		62,1		4				

\* - 1ª camada da distribuição alternada

A armadura de flexão das lajes foi constituída por 40 barras de 12,5 mm de diâmetro, dispostas em duas direções ortogonais (20 barras em cada direção), com espaçamento de 94 mm e ancoradas em suas extremidades por 80 ganchos (40 ganchos em cada direção),

medindo 400 mm x 400 mm em planta e 92 mm de espessura, o cobrimento adotado foi de aproximadamente 13 mm. Para a armadura secundária, adotou-se 12 barras de 6,3 mm de diâmetro, com espaçamento de 163 mm e o cobrimento utilizado nesta região foi de 6,3 mm. As Figura 2.1 e 2.2 apresentam a disposição das barras e ganchos das armaduras de flexão.

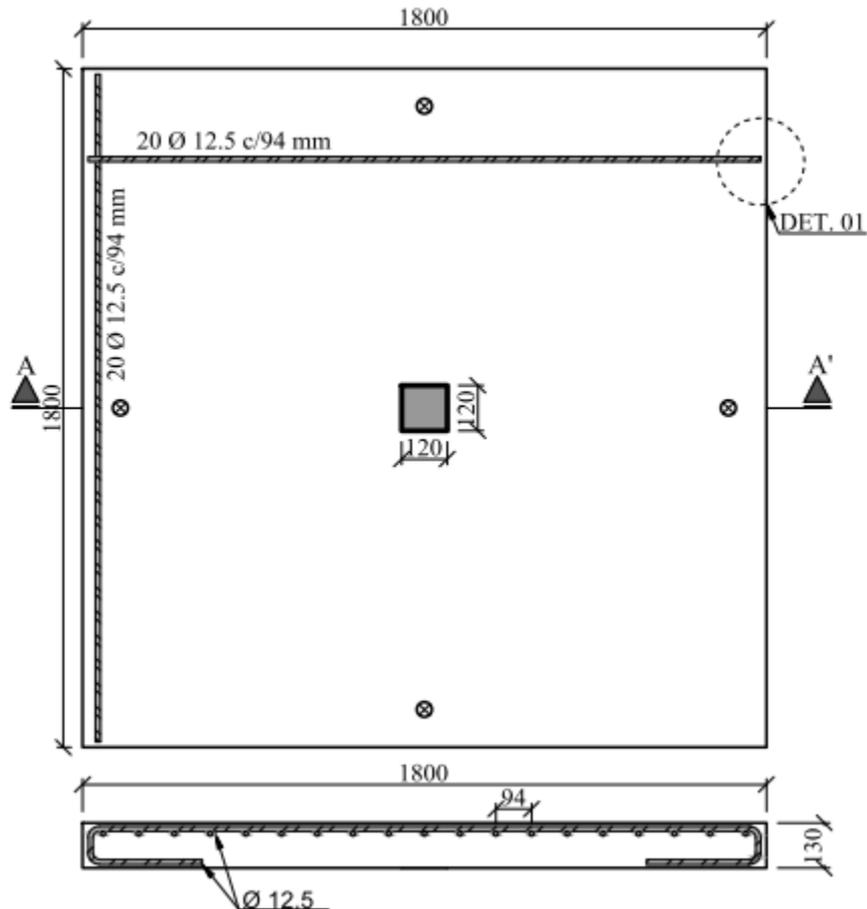


Figura 2.1 – Disposição das armaduras de flexão (OLIVEIRA, 1998)

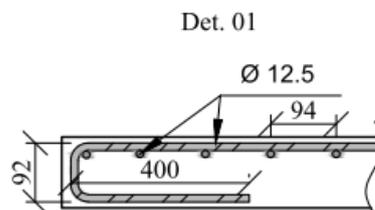
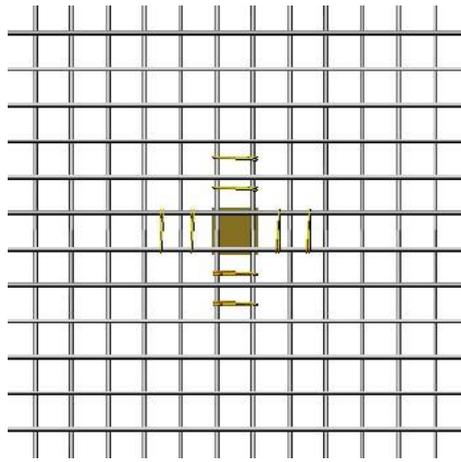
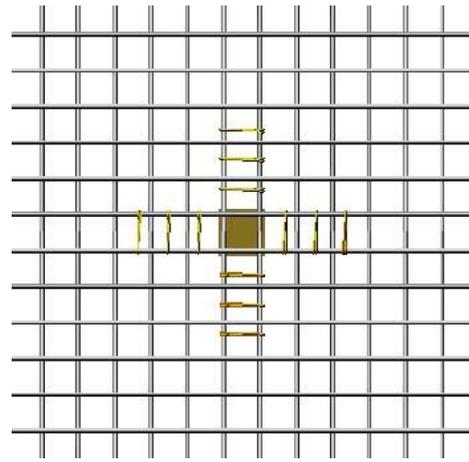


Figura 2.2 – Detalhe dos ganchos de ancoragem (OLIVEIRA, 1998)

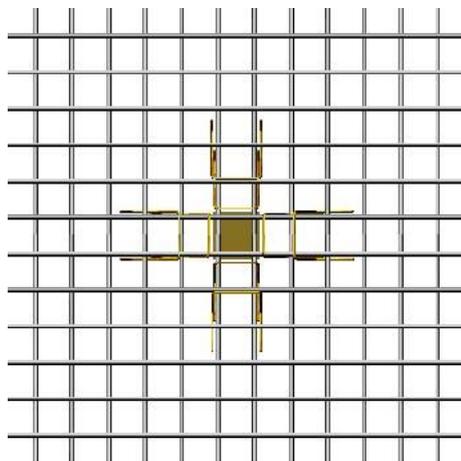
Como observado na tabela 2.1, com exceção das lajes D1 e D2, todas as lajes foram constituídas por armadura transversal. A Figura 2.3 mostra as armaduras de cisalhamento nas lajes com distribuição enfileiradas e a Figura 2.4 mostra as armaduras de cisalhamento distribuídas alternadamente nas lajes.



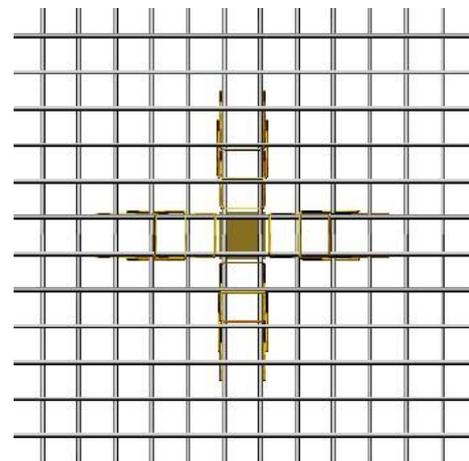
a) Laje D3R e D4R (Retangular / Fileira)



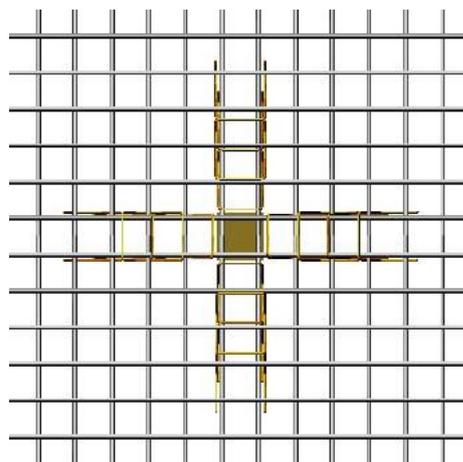
c) Laje D5R (Retangular / Fileira)



d) Laje D6I e D7I (Inclinado / Fileira)



f) Laje D8I (Inclinado / Fileira)



g) Laje D9I (Inclinado / Fileira)

Figura 2.3 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D3R a D8I (OLIVEIRA, 1998).

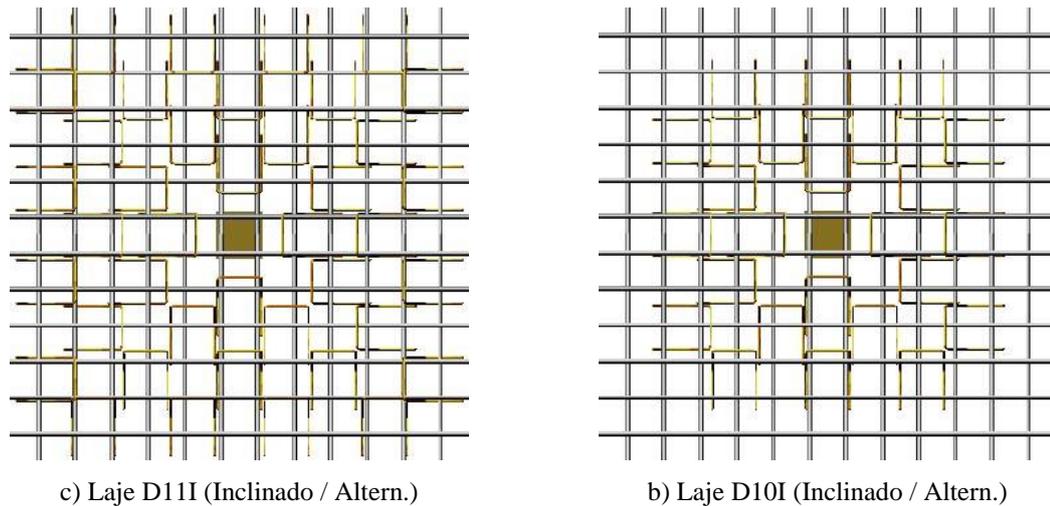


Figura 2.4 – Distribuição das armaduras de cisalhamento das lajes D9I a D11I  
(OLIVEIRA, 1998)

A Tabela 2.2 apresenta as cargas de ruptura, juntamente com o modo de ruptura observado durante os ensaios. Diante dos resultados, o autor observou que ambos os modelos de estribos proporcionaram ganhos de resistência ao puncionamento, entretanto, os estribos inclinados foram mais eficientes que os estribos retangulares, estes garantiram um acréscimo de resistência de até 30% em relação aos estribos retangulares. Verificou também que a distribuição alternada dos estribos se mostrou mais eficaz que as fileiras ortogonais (cruz), pois não permitiram que as superfícies de ruptura se localizassem entre as fileiras de estribos.

OLIVEIRA (1998) concluiu que o uso de armaduras de cisalhamento propiciou maior ductilidade às lajes ensaiadas. As lajes D8I, D9I, D10I e D11I foram as que apresentaram maior ductilidade e as cargas de ruptura das mesmas ultrapassaram as previstas para ruptura por flexão. As lajes sem armadura de cisalhamento apresentaram rupturas frágeis, com pouca ou nenhuma ductilidade.

Tabela 2.2 – Modos de ruptura observados (OLIVEIRA, 1998)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$A_{sv}/Cam$ (mm <sup>2</sup> )	Nº cam.	$f_{yv}$ (MPa)	$P_u$ (kN)	Modo de ruptura observado
D1	93	1,4	68,8	-	-	-	270	Punção
D2	97		62,8	-	-	-	335	
D3R	105	1,2	63,0	157,1	2	900,0	386	Punção Dúctil
D4R	103	1,3	66,3	249,4			3	643,0
D5R			61,4		423	Punção Dúctil		
D6I	100	1,4	62,4	157,1	2	643,0	410	Flexão Punção
D7I			60,0	249,4			3	
D8I			62,6		4			540
D9I			60,0	560				
D10I	105	1,2	61,0	249,4*	3	520		
D11I	102	1,3	62,0		4	551		

\* - 1ª camada da distribuição alternada

## 2.2 BROMS (2000)

BROMS (2000) ensaiou um conjunto de 7 lajes lisas com o objetivo de apresentar um sistema de armaduras de cisalhamento de fácil instalação e que proporcionasse uma capacidade de deformação semelhante à de lajes apoiadas em vigas. As lajes tinham dimensões em planta de 2600 mm x 2600 mm e 180 mm de espessura, eram armadas com diferentes combinações de armaduras transversais, formadas por vergalhões dobrados e por um sistema de estribos verticais denominado pelo autor de “stirrup cages” detalhados na Figura 2.5. Na Tabela 2.3 estão resumidas as características das armaduras em cada direção.

Tabela 2.3 – Características das lajes (BROMS, 2000)

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Armadura Superior	Armadura inferior	Vergalhões dobrados	Estribos transversais	$P_u$ (kN)	Modo de ruptura
9	150	0,5%	22 $\emptyset$ 10	16 $\emptyset$ 8	-	-	408	Punção
9a					-	-	360	Punção
10					-	-	345	Punção
11			17 $\emptyset$ 12	12 $\emptyset$ 8	3 $\emptyset$ 12	-	377	Punção
12			17 $\emptyset$ 13			$\emptyset$ 5 // 100 mm	420	Flexão
13			16 $\emptyset$ 14				443	Flexão
14							440	Flexão

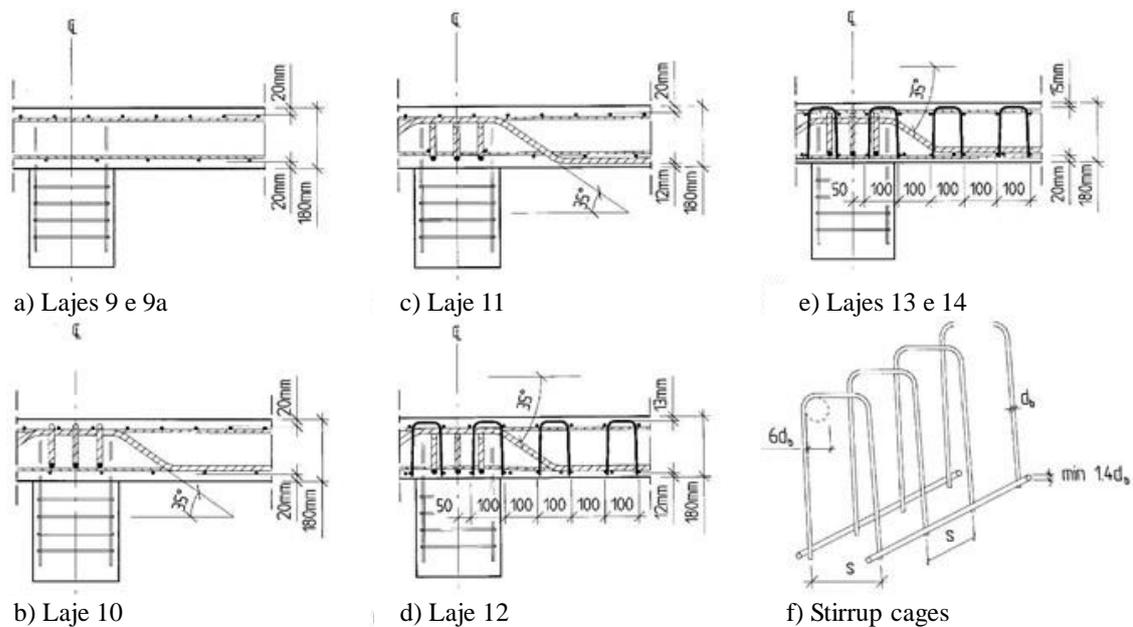


Figura 2.5 – Disposição das armaduras transversais (BROMS, 2000)

As lajes de referência, 9 e 9a, não eram constituídas por armadura transversal. As lajes 10 e 11 foram armadas com vergalhões dobrados distribuídos sobre a zona do pilar. O comprimento dos tramos inferiores dos vergalhões eram de 450 mm e 900 mm, respetivamente. No primeiro caso os vergalhões não ancoravam na armadura longitudinal inferior, no segundo caso eles envolviam a armadura longitudinal inferior. As lajes 12 a 14 foram armadas com uma combinação de vergalhões dobrados e “stirrup cages”. Na laje 12 as barras longitudinais dos “stirrup cages” foram posicionados paralelamente às barras da primeira camada de armadura longitudinal inferior. Nas lajes 13 e 14 as barras longitudinais dos “stirrup cages” foram colocados após a armadura longitudinal inferior, paralelamente às barras da segunda camada.

As lajes de referência atingiram a ruptura por punção. Nas lajes 10 e 11 o efeito da utilização de vergalhões dobrados na resistência à punção e na ductilidade foi limitado. A melhoria do comportamento pós-ruptura é mais evidente, embora a Figura 2.6a mostre que a laje sofre um deslocamento acentuado antes das armaduras serem ativadas. O comportamento das lajes 12 a 14 foi de acordo com o esperado, verificando um aumento contínuo da carga aplicada até ao deslocamento de 100 mm (Figura 2.6b). Não se observaram diferenças de performance entre a laje 12 e as lajes 13 e 14, onde a altura de cobrimento dos vergalhões longitudinais dos “stirrup cages” era maior.

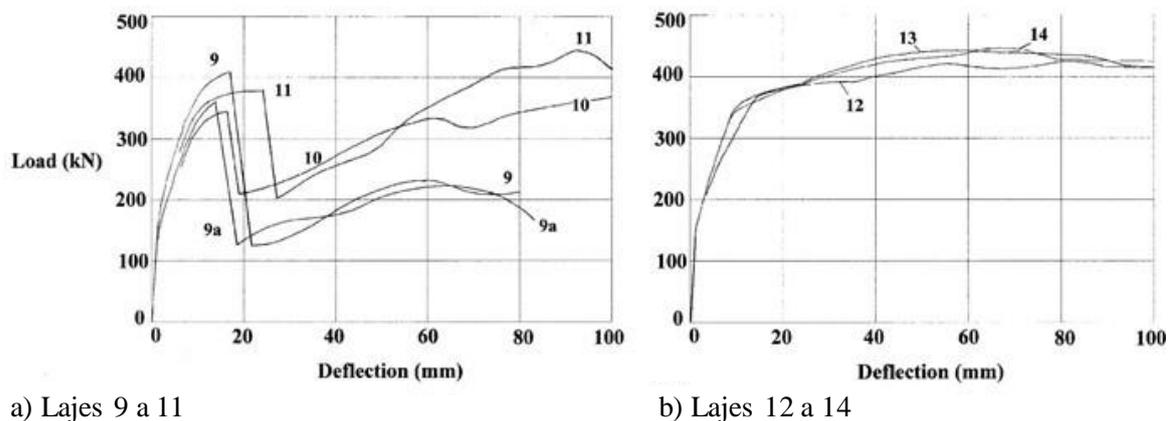


Figura 2.6 – Curvas de carga-deslocamento dos modelos ensaiados (BROMS, 2000)

Com base nos resultados BROMS (2000) concluiu que a combinação de barras dobradas e “stirrup cages”, além de ser de fácil instalação, permite o aumento da resistência ao funcionamento e da capacidade de deformação da laje. O investigador afirma ainda que lajes lisas armadas com este sistema, têm a mesma capacidade de deformação de lajes apoiadas em vigas e o risco de ocorrência de rotura frágil é eliminado.

### 2.3 TRAUTWEIN (2001)

TRAUTWEIN (2001) ensaiou e analisou 9 lajes lisas de concreto armado com resistência mecânica do concreto variando entre 36,8 e 47,9 e dimensões em planta de 3000 mm x 3000 mm e 200 mm de espessura, as quais foram submetidas a um carregamento simétrico pontual representando um pilar interno a fim de se observar a eficiência de dois tipos de armaduras de cisalhamento no combate à punção.

Todas as nove lajes eram constituídas pela mesma armadura de flexão, o bordo superior foi constituído por 31 barras de 16 mm de diâmetro em cada direção, espaçadas a cada 100 mm, enquanto que o bordo inferior foi composto por 21 barras de 8 mm de diâmetro em cada direção, espaçadas a cada 150 mm. Nas barras superiores, foram acrescentados nos dois lados da laje 31 ganchos em forma de U com diâmetro de 12,5 mm, exceto na laje 2 onde foi aplicado uma barra em forma quadrada de 100mm x 100mm com diâmetro de 10 mm. Os ganchos tinham como função garantir a ancoragem da armadura superior. A Figura 2.7 mostra o detalhamento da armadura de flexão dos modelos.

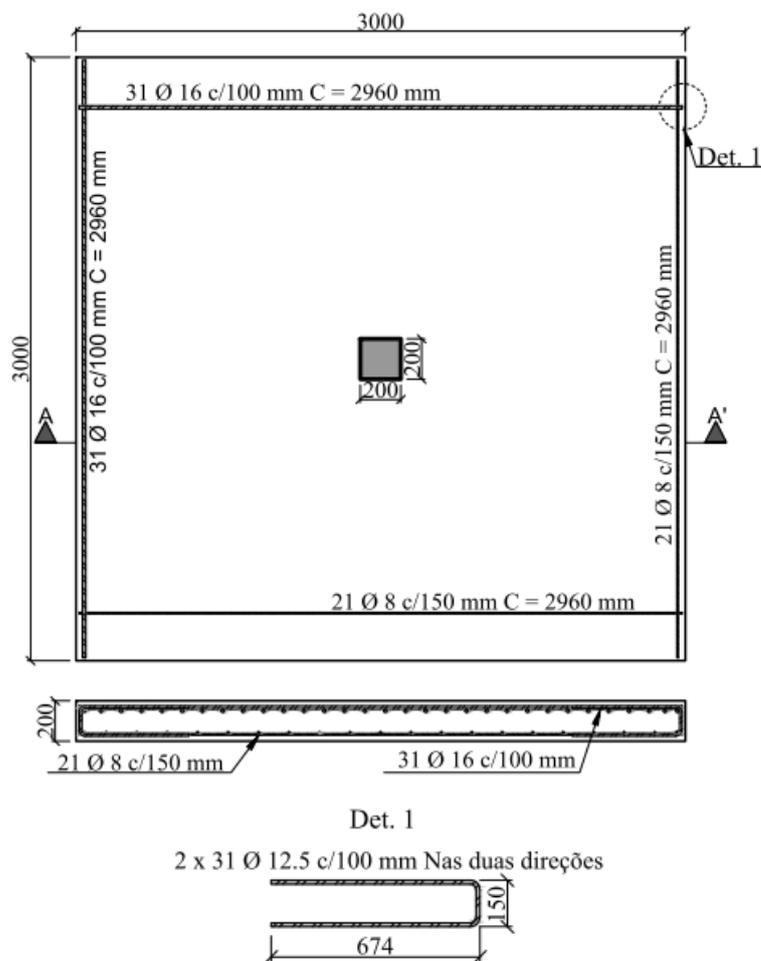


Figura 2.7 – Disposição das armaduras de flexão e detalhe dos ganchos de ancoragem (TRAUTWEIN, 2001)

TRAUTWEIN (2001) dividiu as lajes em dois grupos, de acordo com o tipo de armadura de cisalhamento aplicado. Para o grupo um, foram agrupadas as lajes com armadura tipo “stud” interno, e para grupo dois, as lajes com estribos inclinados formando um ângulo de 60°, em relação ao plano da laje. A Tabela 2.4 apresenta as características dos modelos e as principais variáveis avaliadas no trabalho.

Tabela 2.4 – Características dos modelos ensaiados (TRAUTWEIN, 2001).

Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	Armadura de Cisalhamento	Nº Camadas	Distribuição	$\phi$ (mm)
Grupo 1						
1	159	36,8	“STUD”	11	Radial	12,5
4	164	43,4				16,0
9	154	39,4				10,0

Laje	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	Armadura de Cisalhamento	Nº Camadas	Distribuição	$\emptyset$ (mm)
Grupo 2						
2	139	41,1	Inclinado a 60°	3	Cruz	6,3
3	164	45,7				8,0
5	159	43,4		Radial	4	6,3/8,0
6	159	47,9			7	8,0
7	159	42,6			9	
8	154	40,6			7	5,0

Durante os ensaios, o surgimento de fissuras se deu de forma semelhante em todas as lajes. As primeiras fissuras observadas pelo autor surgiram nos cantos dos pilares seguindo em direção as bordas das lajes, caracterizando-se como fissuras radiais. Consequentemente, em níveis mais elevados de cargas, surgiram as fissuras tangenciais. Todas as lajes foram submetidas ao carregamento até sua ruptura, onde todas romperam por punção. A Tabela 2.5 apresenta as cargas de rupturas dos modelos ensaiados, nota-se que houve uma variação entre 650 kN e 1160 kN.

Tabela 2.5 – Cargas de rupturas dos modelos (TRAUTWEIN, 2001).

Laje	$d$ (mm)	$\rho$	Armadura de Cisalhamento	Nº Cam.	Arranjo	$\emptyset$ (mm)	$P_u$ (kN)	$P_f$ (kN)	$P_u/P_f$
Grupo 1									
1	159	0,012	“STUD”	11	Radial	12,5	1050	971,1	1,08
4	164					16,0	1038	1048,9	0,99
9	154	0,013				10,0	933	985,7	0,95
Grupo 2									
2	139	0,014	Inclinado a 60°	3	Cruz	6,3	650	861,9	0,75
3	164	0,012				8,0	999	1053,3	0,95
5	159			4	Radial	6,3/8,0	979	985,9	0,99
6	159			7		8,0	1087	993,7	1,09
7	159			9			1160	984,4	1,18
8	154	0,013		7	5,0	975	988,7	0,99	

TRAUTWEIN (2001) avaliou, individualmente, os modelos dos grupos, após os ensaios e constatou no grupo 1 (“STUD”) um possível esmagamento do concreto na região da armadura de cisalhamento entre a face do pilar e a terceira camada da armadura de

cisalhamento. No caso da laje 9, o autor observou que a superfície de ruptura cruzou as três primeiras camadas da armadura de cisalhamento.

Ocorre que, para o grupo 2, a superfície de ruptura na laje 2 ocorreu entre a primeira camada do estribo e a face do pilar. No caso da laje 3, a superfície de ruptura cruzou as três camadas da armadura de cisalhamento. Para as lajes com estribos inclinados distribuídos de forma radial, a superfície de ruptura ocorreu na região externa à armadura de cisalhamento, variando o ponto de origem entre as camadas da armadura transversal. Apenas a laje 8 apresentou duas possíveis superfícies de ruptura na região da armadura transversal. A primeira teria cruzado a primeira camada e a segunda cruzou a segunda e a terceira camada da armadura de cisalhamento. O autor observou também que a laje 8 apresentava alguns estribos da primeira e segunda camada rompidos.

Após comparar os resultados encontrados em sua pesquisa com a média dos resultados observados em outros trabalhos (lajes similares sem armadura de cisalhamento), TRAUTWEIN (2001) concluiu que o grupo 1 garantiu um acréscimo na carga de ruptura de 75% com a laje 1 e 94% com a laje 7 presentes no grupo 2.

#### 2.4 BEUTEL & HEGGER (2002)

Para testar a influência das condições de ancoragem na eficiência de um sistema de armaduras de punção, BEUTEL & HEGGER (2002) realizaram ensaios de puncionamento simétrico em 10 lajes lisas armadas com estribos convencionais (Figura 2.8b) e estribos produzidos a partir de malhas de vergalhões eletrossoldados (Figura 2.8a e c). Os estribos do Tipo I e do Tipo III eram formados por um estribo inferior e um estribo superior. Enquanto os estribos do tipo III envolviam a armadura longitudinal inferior, a ancoragem dos estribos do Tipo I na zona comprimida era proporcionada por dois vergalhões eletrossoldados, sem envolver a armadura longitudinal inferior.

Os modelos representavam uma ligação laje-pilar onde a espessura da laje variou entre 230 mm e 275 mm e a dimensão do lado do pilar quadrado variou entre 320 mm e 400 mm. Todas as lajes tinham diâmetro de 2750 mm, e o diâmetro de carregamento era de 2400 mm. Na Figura 2.9 estão ilustrados o sistema de ensaio e as características da armadura de flexão utilizada. A Tabela 2.6 apresenta as principais características das lajes ensaiadas e os resultados dos ensaios.

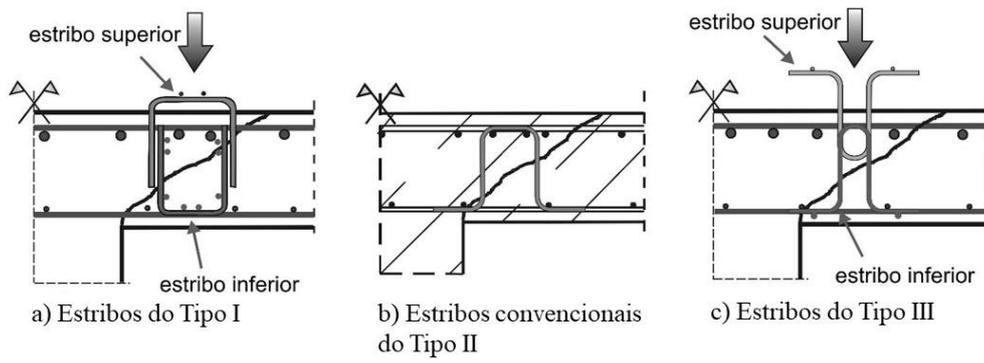


Figura 2.8 – Armadura de punção (BEUTEL & HEGGER, 2002)

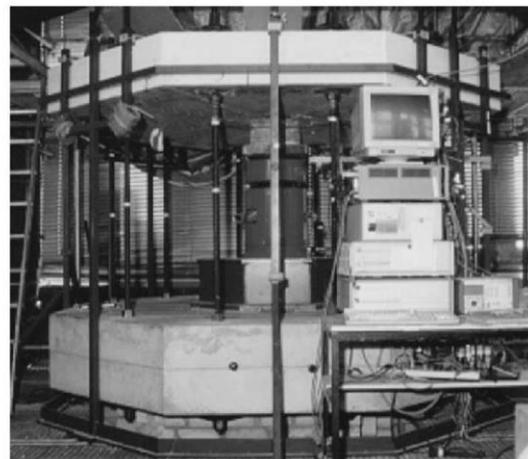
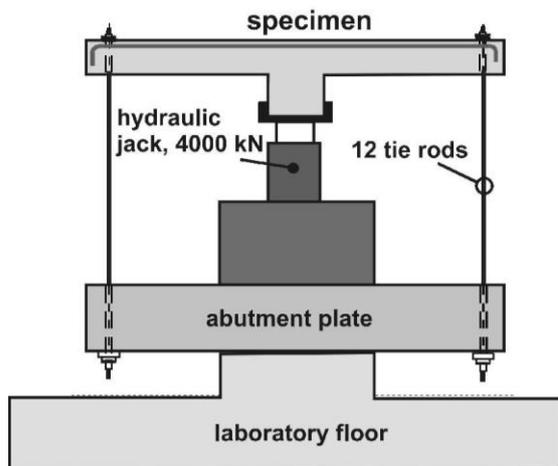
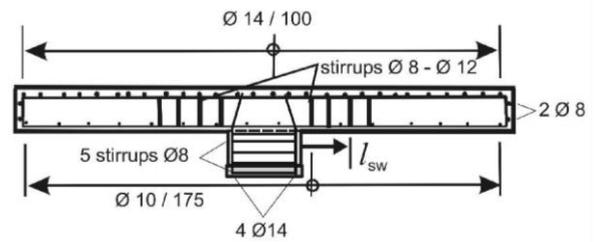
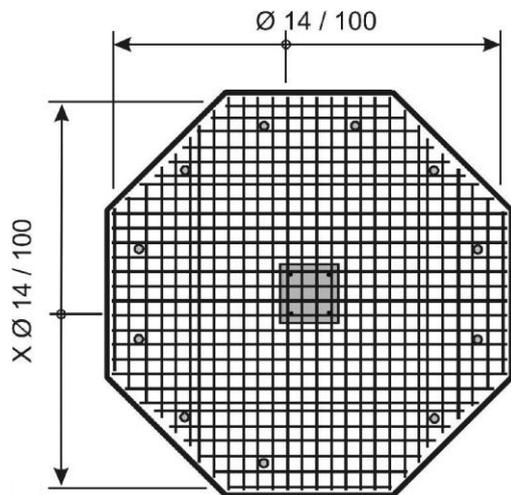


Figura 2.9 – Detalhamento das lajes (BEUTEL & HEGGER, 2002)

Tabela 2.6 – Resultados dos ensaios (BEUTEL &amp; HEGGER, 2002)

Laje	$d$ (mm)	$c$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$A_{sv}/Cam$ (mm <sup>2</sup> )	$P_u$ (kN)	Modo de Ruptura observado
P1	190	400	21,9	-	615	Punção
P1-Ia			27,3	220	1151	Punção (out)
P1-II			26,2		1055	Punção (out)
P2-I			37,9	312	1326	Punção (out)
P2-II			29,8	322	1109	Punção (in)
P2-III			37,5	312	1276	Flexão
P3-I	220	320	23,2	433	1624	Punção (in)
P4-III			27,8	442	1522	Punção (in)
P5-I			45,3		1936	Punção (in)
P6-I			46,3	1312	2349	Punção (in)
P7-I			230	40,0	974	2117
in - ruptura no interior da zona reforçada out - ruptura fora da zona reforçada						

O desempenho dos estribos do Tipo I mostraram que a utilização de vergalhões soldados transversalmente pode dispensar a ancoragem física dos estribos na armadura longitudinal inferior. Esta conclusão está limitada a ensaios de puncionamento simétrico. Quando comparado com estribos convencionais, o ganho de resistência com estribos do Tipo I e do Tipo III foi de 7%. Além de aumentarem a capacidade resistente, o processo de instalação “in situ” também é acelerado, no entanto, o peso destes sistemas de armaduras é cerca de duas vezes maior em relação ao peso dos estribos convencionais.

## 2.5 PILAKOUTAS & LI (2003)

PILAKOUTAS e LI (2003) realizaram os ensaios de 4 lajes lisas quadradas para verificar a eficiência de um sistema de reforço proposto pelos autores denominado de “Shear-band”. As lajes tinham dimensões em planta de 2000 mm x 2000 mm e espessura de 175 mm. O sistema consiste em barras alongadas de aço de alta resistência e de alta ductilidade, com largura de 25,4 mm e espessura de 0.8 mm, onde as camadas envolvem a armadura superior de flexão e descem até a zona comprimida de concreto em tramos inclinados em relação ao plano da laje como mostra a Figura 2.10. Para todos os modelos a armadura de flexão foi a mesma, conforme detalha a Figura 2.11.

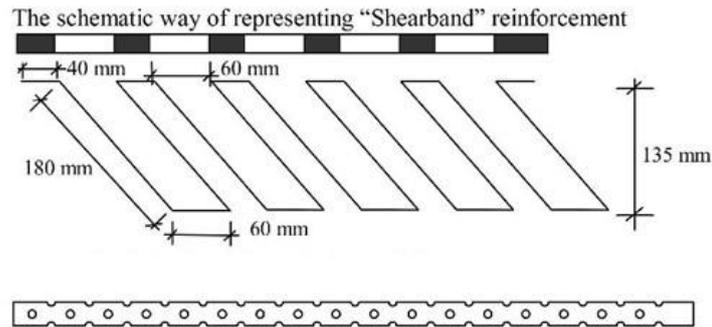


Figura 2.10 – Detalhes da armadura de punção (PILAKOUTAS & LI, 2003)

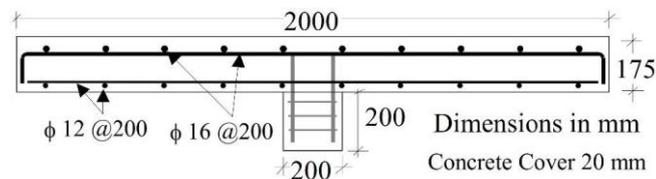
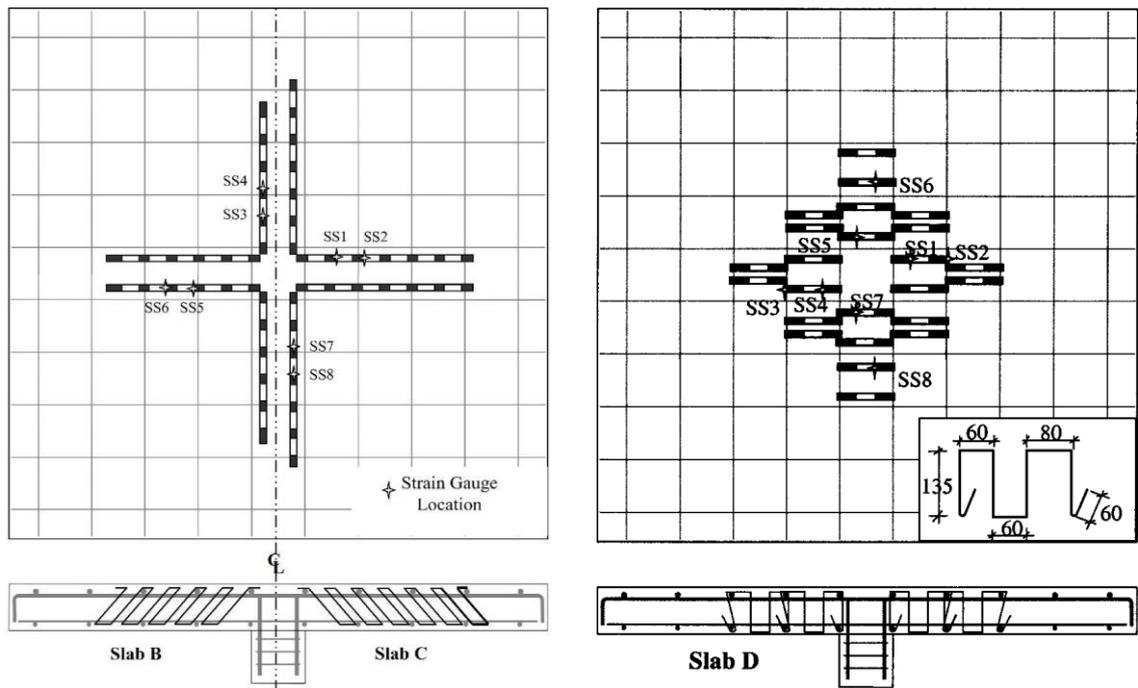


Figura 2.11 – Detalhamento da armadura de flexão (PILAKOUTAS & LI, 2003)

As lajes foram nomeadas de PSS-A a PSS-D. A laje PSS-A, de referência, tinha apenas armadura longitudinal, as lajes PSS-B a PSS-D foram armadas com o sistema “Shearband,” onde variou-se algumas das suas características (Figura 2.12a). A laje PSS-B foi armada com barras de aço inclinadas, com furos circulares 8 mm de diâmetro ao longo do eixo central e furos semicirculares nas extremidades, necessários para manter boas condições de ancoragem. As barras foram distribuídas a partir do perímetro do pilar, seguindo as duas direções principais.

Na laje PSS-C foram usadas barras sem furação e com duas camadas adicionais em cada extremidade. Na laje PSS-D usaram-se barras perfuradas com camadas verticais. Neste caso, as barras foram distribuídas uniformemente em torno da zona carregada, como mostra a Figura 2.12b. Nenhuma das barras foram ancoradas na armadura longitudinal inferior, exceto na laje PSS-D, cujas barras envolviam a armadura longitudinal inferior por meio de uma dobra em cada extremidade.

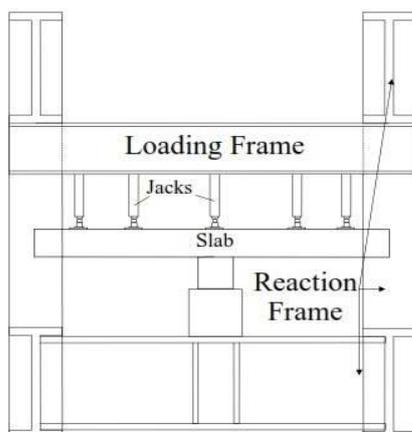


a) Detalhamento das armaduras de punção das lajes PSS-B e PSS-C

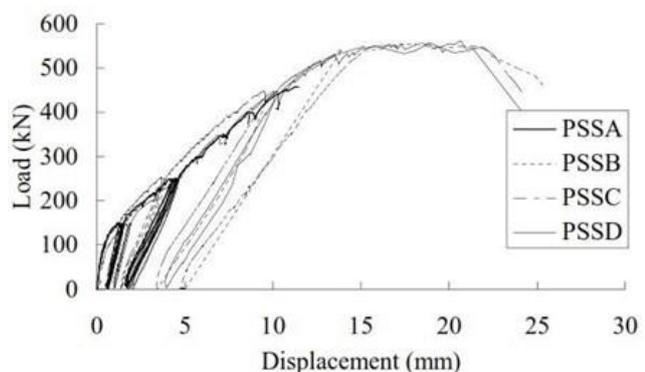
b) Detalhamento da armaduras de punção da laje PSS-D

Figura 2.12 – Detalhamento das armaduras de punção (PILAKOUTAS & LI, 2003)

As lajes foram fixadas ao sistema de ensaio em oito pontos distribuídos simetricamente formando um círculo com diâmetro de 1700 mm. A carga foi aplicada até a ruptura da peça por oito macacos hidráulicos de 100 kN de capacidade de carga. A Figura 2.13 ilustra o sistema de ensaio utilizado em todos os modelos e as curvas de carga-deslocamento resultantes dos ensaios de cada peça. A Tabela 2.7 mostra os resultados para cada modelo.



a) Sistema de ensaio



b) Curvas de carga-deslocamento dos modelos

Figura 2.13 – Sistema de ensaio (PILAKOUTAS & LI, 2003)

Tabela 2.7 – Resultados dos ensaios (PILAKOUTAS & LI, 2003)

Laje	$P_u$ (kN)	Deslocamento vertical máximo (mm)	Modo de ruptura observado
PSS-A	454	11,4	Punção
PSS-B	560	25,4	Flexão
PSS-C	560	24,1	Flexão
PSS-D	560	21,4	Flexão

Percebe-se que a ductilidade aumentou significativamente nas lajes com armaduras do tipo “shear-band”, quando comparadas com a laje de referência. Os deslocamentos verticais máximos medidos nestas lajes foram superiores ao dobro dos deslocamentos máximos medidos na laje de referência. O ganho de resistência com armaduras do tipo “shear-band” foi de 23%, chegando a mudar o modo de ruptura previsto destas lajes que romperam à flexão.

Os autores concluem que o sistema “shearband”, além de aumentar a resistência ao puncionamento, também melhora a capacidade de deformação das lajes, podendo até conduzir à ruptura por flexão, permitindo a redistribuição de esforços. Destacam ainda que o sistema “shearband” pode ser aplicado em lajes de espessura reduzida e pode ser dimensionado de acordo com as normas vigentes.

## 2.6 CARVALHO (2006)

O estudo de CARVALHO (2006) analisou experimentalmente 10 lajes lisas unidirecionais de concreto armado com dimensões em planta de 1.800 mm x 1.800 mm e 110 mm de espessura constituídas por concreto de alta resistência ( $f'_c \cong 60$  MPa) dosado com metacaulim, e submetidas a um carregamento simétrico. O estudo teve como objetivo verificar a eficiência das armaduras de cisalhamento na resistência ao fenômeno da punção e ainda a variação do índice de retangularidade dos pilares ( $C_{max}/C_{min} = 1, 3$  e  $5$ ), onde o valor de  $C_{min}$  foi de 85 mm.

A armadura de flexão foi composta por 32 barras de 12,5 mm em duas direções ortogonais, ou seja, 16 barras para cada direção espaçadas por 118 mm. As armaduras de combate à punção foram constituídas por estribos com diâmetros de 6,3 mm, abertos e inclinados com ângulo de 60° em relação ao plano da laje. A Figura 2.14 ilustra a armadura de cisalhamento aplicada nas lajes.

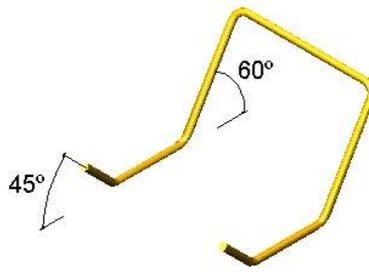
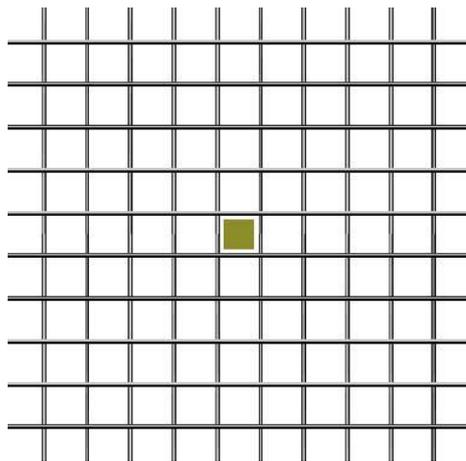


Figura 2.14 – Estribos utilizados (CARVALHO, 2006)

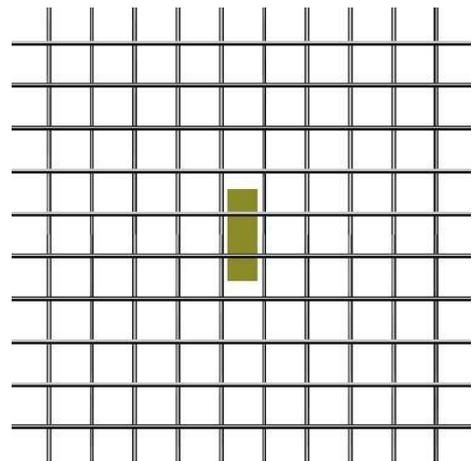
Durante o ensaio, o carregamento foi aplicado no plano inferior das lajes, as quais se encontravam fixas ao sistema de ensaio nas bordas paralelas à maior face do pilar ( $C_{max}$ ), enquanto que as bordas paralelas à menor face do pilar ( $C_{min}$ ) permaneceram livres, caracterizando a laje como unidirecional. A Tabela 2.8 apresenta as características e os resultados observados por CARVALHO (2006). As Figura 2.15 e Figura 2.16 mostram os arranjos das armaduras de cisalhamento adotados nas lajes.

Tabela 2.8 – Características e resultados das lajes ensaiadas (CARVALHO, 2006)

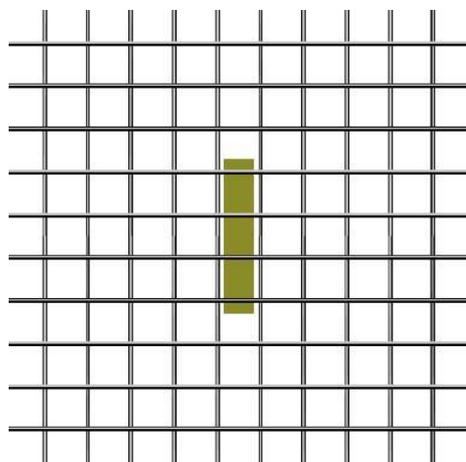
Laje	$C_{max}/C_{min}$	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$A_{sv}/Cam$ (mm <sup>2</sup> )	$P_u$ (kN)	Nº Cam	Modo de ruptura
L1	1	85	1,5	52	-	185	-	Punção
L2	3	86	1,3		-	226	-	
L3	5	85	1,5		50	-	239	
L4	1		1,3	59	249	233	3	Punção Dúctil
L5	3	85,5	1,3	58	125	210		
L6	5			55	280			
L7	3	86	60	249	333	Flexão		
L8	5	85	55		305	Flexo-Punção		
L9		85,5	56		304	Flexão		
L10	57	374	320					



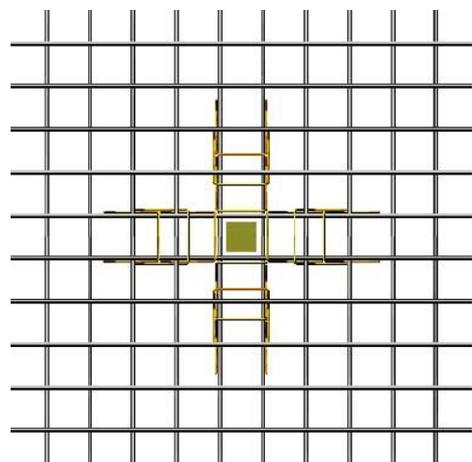
a) Laje L1  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 1$



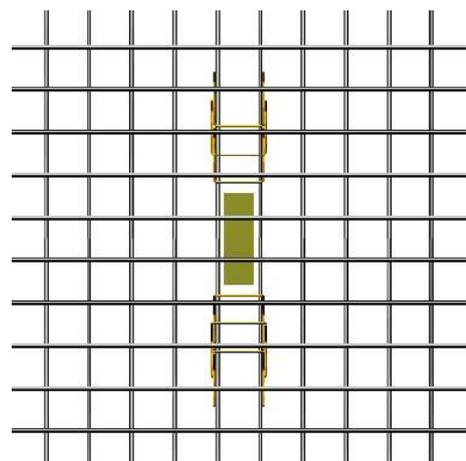
b) Laje L2  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 3$



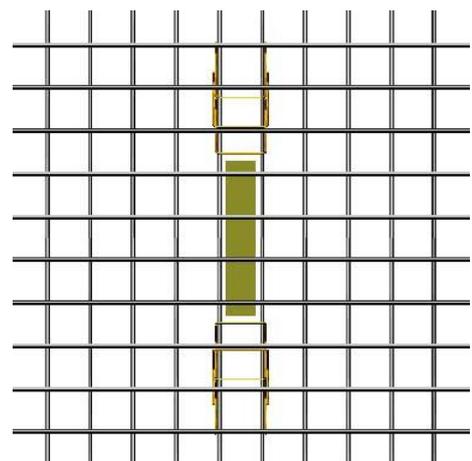
c) Laje L3  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 5$



d) Laje L4  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 1$



e) Laje L5  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 3$



f) Laje L6  $\frac{C_{\max}}{C_{\min}} = 5$

Figura 2.15 – Detalhe da região central das lajes L1 a L6 (CARVALHO, 2006)

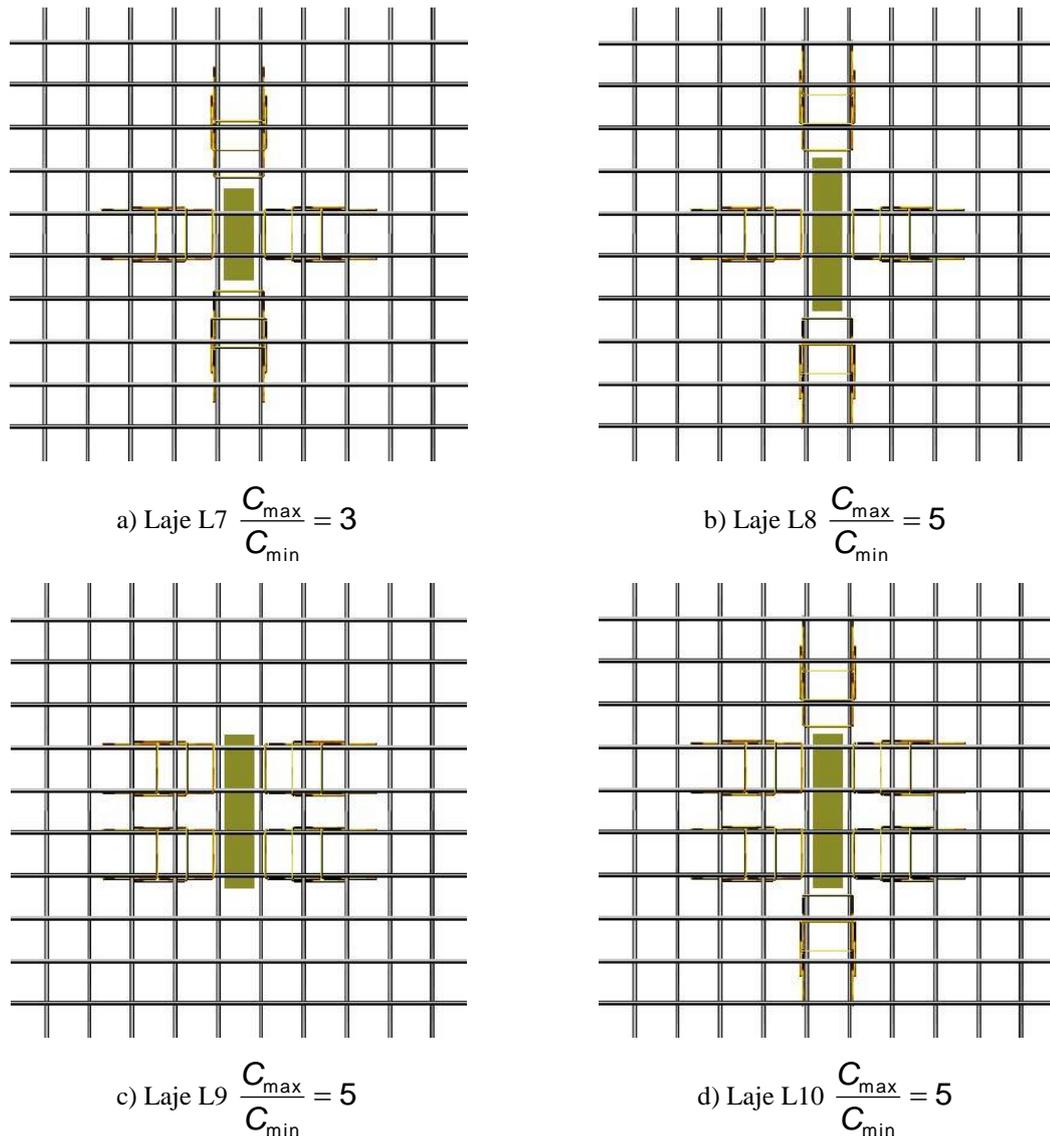


Figura 2.16 – Detalhe da região central das lajes L9 e L10 (CARVALHO, 2006)

O autor observou que o acréscimo de resistência foi garantido a partir do uso do concreto de alta resistência e aplicação de estribos inclinados. O aumento do índice de retangularidade do pilar para as lajes sem armadura de cisalhamento também proporcionou ganho de resistência, contudo, nas lajes com armadura de cisalhamento observou-se uma maior contribuição de resistência e um modo de ruptura mais dúctil. Nas lajes sem armadura de cisalhamento a ruptura se deu de forma brusca, típica de punção. Para as lajes L4, L5 e L6, a armadura transversal contribuiu de forma positiva na resistência final das peças, oferecendo uma melhor ductilidade. O modo de ruptura da laje L8 foi por puncionamento, no entanto, apresentou linhas de ruptura por flexão. As lajes L7, L9 e L10 apresentaram comportamentos similares à laje L8, porém, as suas armaduras transversais foram mais eficientes possibilitando a ruptura por flexão destes modelos.

## 2.7 SOUZA (2007)

SOUZA (2007) realizou ensaios de 8 lajes nervuradas bidirecionais com dimensões em planta de 1800 mm x 1800 mm e 140 mm de espessura moldadas em concreto com resistência mecânica à compressão variando entre 37 e 41 MPa. O objetivo do trabalho foi investigar a resistência à punção de lajes lisas nervuradas com três diferentes tipos de armadura transversal posicionadas nas nervuras e na zona maciça.

A armadura principal de flexão localizada na superfície superior da laje era constituída por seis barras com diâmetro de 6,0 mm e 21 barras de 12,5 mm de diâmetro em cada direção. As lajes apresentavam na superfície inferior 12 barras de 4,2 mm de diâmetro em cada direção sendo 2 barras para cada nervura. A configuração na armadura de flexão foi à mesma para todas as lajes, proporcionando uma taxa geométrica de aproximadamente 1,40%. A Figura 2.17 mostra a planta baixa e a seção transversal das lajes ensaiadas.

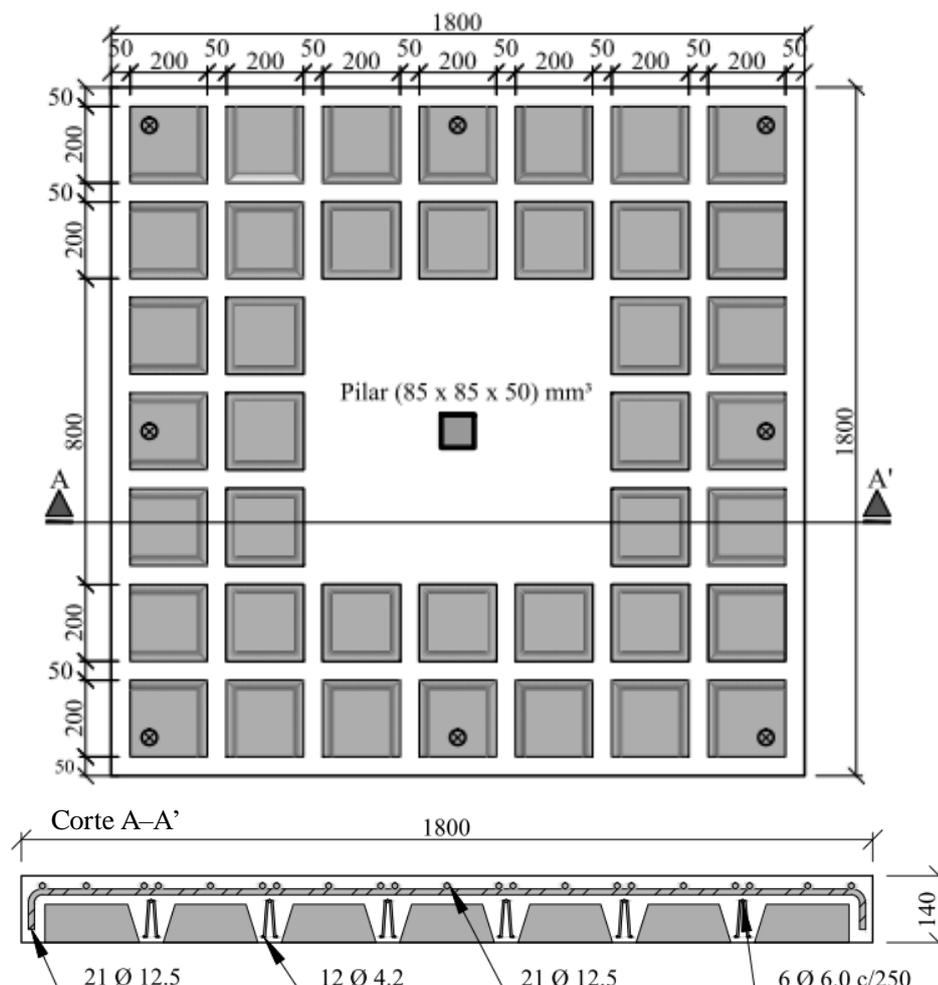


Figura 2.17 – Características geométricas dos modelos ensaiados (SOUZA, 2007)

As lajes com armadura de cisalhamento nas nervuras apresentaram três configurações diferentes, no intuito de investigar sua eficiência e contribuição no combate ao cisalhamento. As armaduras utilizadas foram às treliças (TR 8644), estribos verticais fechados e estribos abertos inclinados a 45°, os dois modelos de estribos foram confeccionados com barras de 4,2 mm de diâmetro. Para as lajes com armadura transversal na zona maciça, utilizou-se estribos abertos com inclinação de 45° dispostos em 3 camadas distribuídas, simetricamente, em cruz com barras de 6,3 mm de diâmetro, este estribo é detalhado na Figura 2.18. A Tabela 2.9 apresenta as principais características das lajes e os resultados observados.



Figura 2.18 – Estribo aberto e inclinado de combate à punção (SOUZA, 2007).

Tabela 2.9 – Características e resultados das lajes ensaiadas (SOUZA, 2007).

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	Armadura de Cisalhamento/Punção			$P_u$ (kN)	Modo de Ruptura Observado
				Nervura		Maciço		
				Direção X	Direção Y			
L1	120	1,27	36,6	-	-	-	280	Flexão
L2	106	1,44	37,8	Treliça	E.V.F.	-	278,5	Flexão
L3	111	1,37	41,4			-	287,5	Punção
L4	118	1,29	39,2			-	287,0	Punção
L5	115	1,33	37,9	E.V.F.		-	235	Punção
L6	104	1,47	39,8	Treliça		E.A.I.	380,0	Flexão
L7	112	1,36	40,9	E.V.F.	361,0		Flexão	
L8	108	1,41	39,0	E.A.I.	E.A.I.		322,0	Punção

E.V.F. - Estribo Vertical Fechado; E.A.I. - Estribo Aberto Inclinado

O sistema do ensaio das lajes consistiu em quatro bordas apoiadas, por meio de vigas metálicas, simulando um apoio contínuo às lajes. Durante o ensaio, o desenvolvimento das fissuras se deu de forma semelhante para todas as lajes, caracterizando o primeiro surgimento de fissuras radiais e, a partir da extremidade do pilar, em direção as bordas das lajes e, conseqüentemente, para níveis mais elevados de carga surgiram fissuras tangenciais.

O autor observou que as lajes com armadura de cisalhamento nas nervuras (L2, L3, L4 e L5) apresentaram resistências muito próximas à laje de referência (L1), a utilização das armaduras de cisalhamento não ocasionou aumento nas cargas últimas devido à resistência à flexão ou à punção ter sido atingida antes que essas armaduras fossem solicitadas. Por outro lado, as armaduras de punção que constituíam as lajes L6, L7 e L8, proporcionaram ganhos significativos de resistência, em torno de 26% em relação à laje L1.

Quanto aos modos de ruptura, foram observadas ruptura por flexão, com a armadura de flexão alcançando o escoamento, e punção caracterizada como uma ruptura brusca e frágil. A armadura de cisalhamento nas nervuras não influenciou na rigidez das lajes, já nas lajes com armadura de punção, observou-se um ganho de ductilidade que este tipo de armadura proporcionou aos modelos.

## 2.8 RUIZ & MUTTONI (2010)

Neste trabalho os autores explicam a teoria da fissura crítica de punção (Critical Shear Crack Theory - CSCT). RUIZ & MUTTONI (2010) ensaiaram 6 modelos de lajes lisas, sendo uma destas para referência (sem armadura de punção), e cinco com armaduras de punção propostas por diferentes autores. Para tal estudo, buscou-se na literatura modelos com características geométricas e mecânicas semelhantes. Os autores tiveram como objetivo principal avaliar a eficiência e a contribuição dos cinco diferentes modelos de armadura de cisalhamento no combate à punção em lajes lisas.

As lajes analisadas tinham dimensões em planta de 3000 mm x 3000 mm e 250 mm de espessura, a taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) foi de 1,5% para todos os casos. Uma placa metálica quadrada de 260 mm x 260 mm simulou a seção de um pilar na ligação laje-pilar. A resistência do concreto variou entre 28,4 Mpa e 36,8 Mpa. Os modelos com armadura de punção (PA6, PV15, PR1 e PB1), tinham uma taxa geométrica ( $\rho_w$ ) aproximada de 1,0% para armadura transversal, e o modelo PF2 de 0,8%. A laje PV1 caracterizou-se como modelo de referência não sendo composta por armadura transversal.

Os sistemas de armaduras de punção testados foram estribos em “U”, ancorados apenas na armadura longitudinal superior (PA6), estribos convencionais (PF2), parafusos de aço de alta resistência pós-instalados e inclinados (PV15), “double-headed studs” (PR1) e “double-headed studs” inclinados (PB1). A Figura 2.19 detalha as armaduras de flexão e de punção

que constituiram cada modelo. Todas as lajes foram submetidas a um carregamento simétrico e contínuo até atingir a ruptura. A Tabela 2.10 e a Figura 2.20 resumem os resultados experimentais.

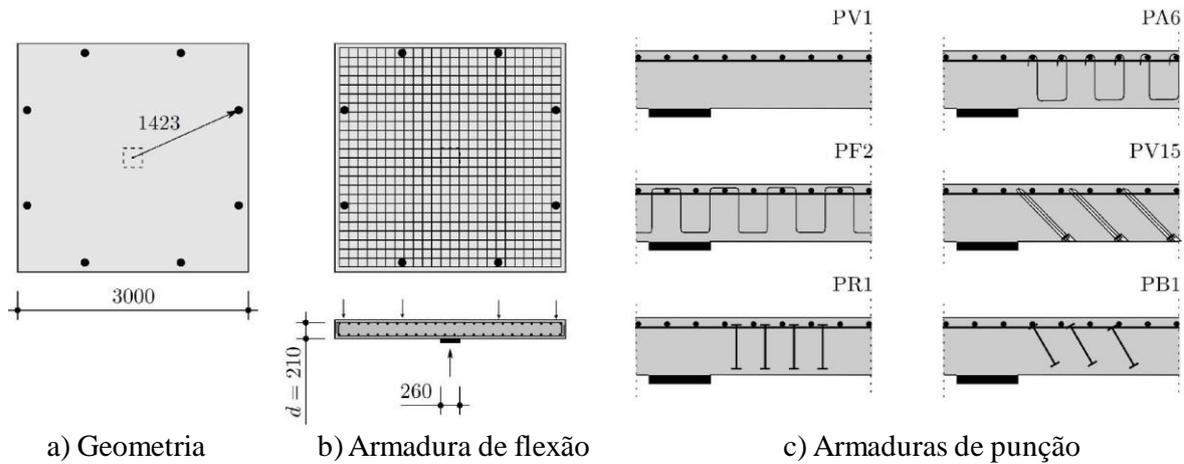


Figura 2.19 – Detalhamento das lajes (RUIZ & MUTTONI, 2010)

Tabela 2.10 – Características das lajes ensaiadas (RUIZ & MUTTONI, 2010)

Laje	$\rho_w$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_R$ (kN)	$\Psi_R$ (%)	$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}$
PV1	-	34,0	709	-	974	0,76	0,470
PA6	1,01	33,8	N/A	N/A	1345	N/A	0,648
PV15	0,95	36,8	527	547	1609	3,11	0,741
PF2	0,08	32,0	583	500	1567	1,83	0,776
PR1	1,04	31,0	515	580	1654	1,98	0,832
PB1	1,04	28,4	576	388	1960	2,35	1,03

Os autores observaram que o modelo de referência (PV1) não apresentou grandes deformações e sua ruptura se deu de um modo frágil com esmagamento do concreto próximo à região de apoio, onde se formou um cone. Os modelos PV15 e PR1 também registraram ocorrência de esmagamento próximo à região de apoio, contudo, suas rupturas foram mais dúcteis. O modelo (PB1) foi o que apresentou maior eficiência na zona de compressão, porém sua ruína se deu fora da região reforçada.

Os modelos ensaiados apresentaram diferenças significativas para as deformações e carga última. A laje PA6 com estribos “U” foi a que apresentou menor eficiência em relação à laje

de referência PV1, a contribuição desse tipo de armadura na carga de ruptura foi de 38%. Já a contribuição do modelo PV15 com parafusos metálicos pós-instalados garantiu um acréscimo de 57% e uma capacidade de deformação superior à da laje de referência. Para o modelo com estribos contínuos PF2, o acréscimo de resistência na carga de ruptura foi de 65%, porém sua ruína ocorreu de modo frágil. O maior aumento da carga de ruptura foi obtido com “Studs” verticais (77%) e com “studs” inclinados (119%). A melhoria da capacidade de deformação, nestes casos, foi proporcional ao aumento de capacidade resistente.

Com base na análise dos resultados obtidos, os autores concluem que a resistência ao puncionamento é significativamente influenciada pela ancoragem do sistema de armaduras transversais, sistemas com melhores condições de ancoragem têm melhor desempenho quanto ao aumento da carga de ruptura e da capacidade de rotação da laje e ainda que a utilização de armaduras inclinadas pode aumentar a resistência ao puncionamento.

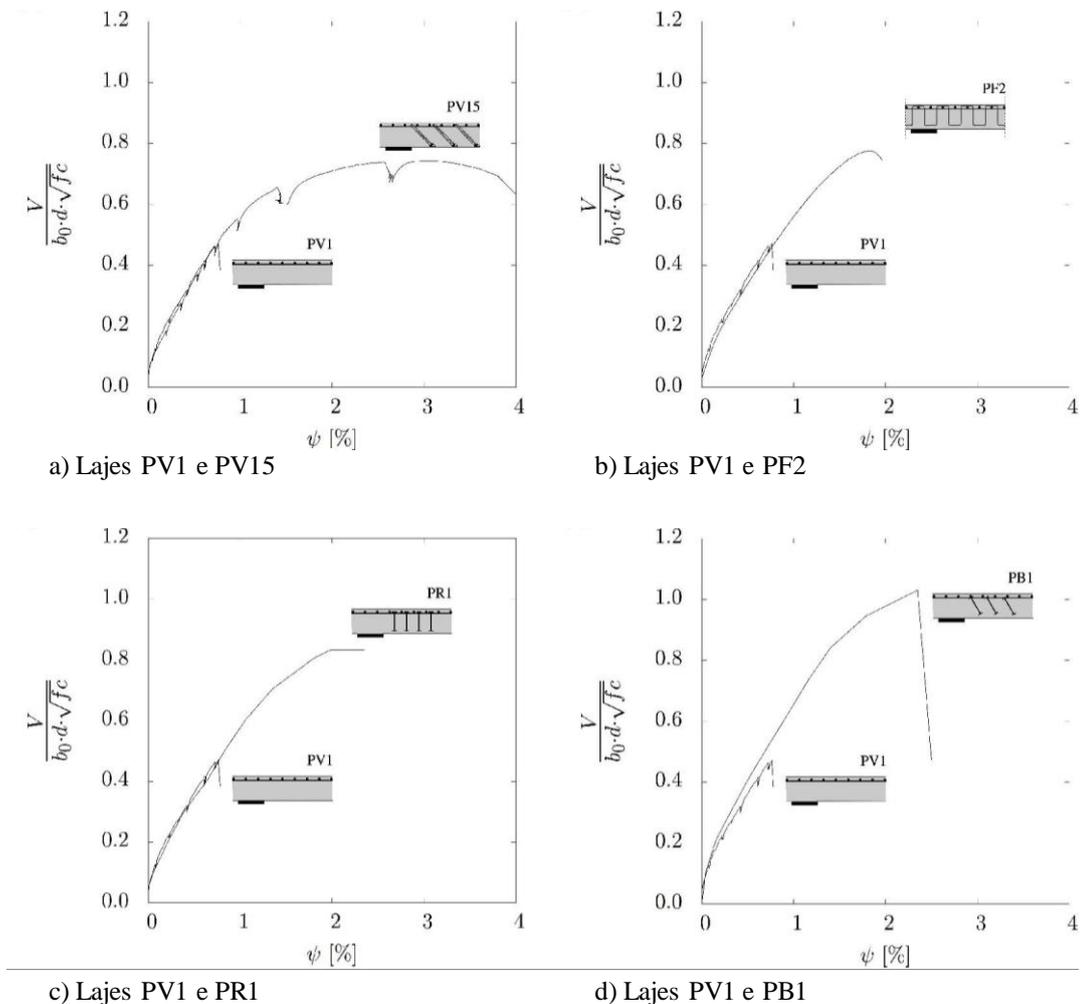


Figura 2.20 – Curvas de carga-deslocamento das lajes (RUIZ & MUTTONI, 2010)

## 2.9 LIPS *et al*, (2012)

Este estudo apresenta os resultados de uma série de ensaios constituída por 16 lajes lisas com e sem armaduras específicas de punção. Os ensaios tinham como objetivo investigar a influência de uma série de características mecânicas e geométricas na resistência ao funcionamento e na capacidade de deformação de lajes lisas suportadas por pilares interiores.

Todas as lajes tinham a mesma dimensão em planta de 3000 mm x 3000 mm e a mesma taxa de armadura de flexão (1.5%). A taxa de armadura de flexão elevada pretendia evitar a ruptura das peças por flexão. Os parâmetros investigados foram a dimensão do pilar (valores compreendidos entre 130 mm e 520 mm), a espessura da laje (valores compreendidos entre 250 mm e 400 mm), o sistema de armaduras de punção (“studs” e estribos) e ainda a influência da quantidade de armaduras transversal.

A armadura longitudinal foi distribuída paralelamente ao bordo das lajes em espaçamentos constantes e iguais a 100 mm. A armadura longitudinal superior era constituída por barras de 20 mm de diâmetro para as lajes com espessura de 250 mm, com diâmetros alternados de 20 mm e 26 mm nas lajes com espessura de 320 mm, e com diâmetro de 26 mm nas lajes com espessura de 400 mm. A armadura longitudinal inferior de todos os modelos era formada por uma malha de aço nervurado com diâmetro de 10 mm.

As armaduras de punção investigadas foram “studs” nervurados e “gaiolas” de estribos contínuos (Figura 2.21). Os “studs” foram distribuídos radialmente em torno da zona carregada e espaçados em  $0,75d$  (Figura 2.22a). O número de perímetros de “studs” foi definido de modo a que não ocorresse ruptura fora da zona com armaduras de punção. O diâmetro e o número de perímetros foram escolhidos de forma a que todas as lajes tivessem uma taxa de armaduras de punção ( $\rho_t$ ) entre 0.79% e 1.01%, exceto nas lajes PL 11 e PL 12, que tinham taxas de 0,23% e 0,46%, respetivamente.

As “gaiolas” de estribos contínuos consistiam em vergalhões dobrados, com diâmetro de 10 mm, soldados a vergalhões retos com diâmetro de 6 mm para garantir o espaçamento e assim, formar uma “gaiola”. O espaçamento entre ramos verticais contínuos era constante e igual a 100 mm. No centro da laje foi colocada uma “gaiola” com 1200 mm x 1200 mm e, em torno desta, posicionaram-se “gaiolas” com 600 mm x 600 mm, como mostra a Figura 2.22. A Tabela 2.14 resume as principais características e resultados obtidos das lajes ensaiadas.

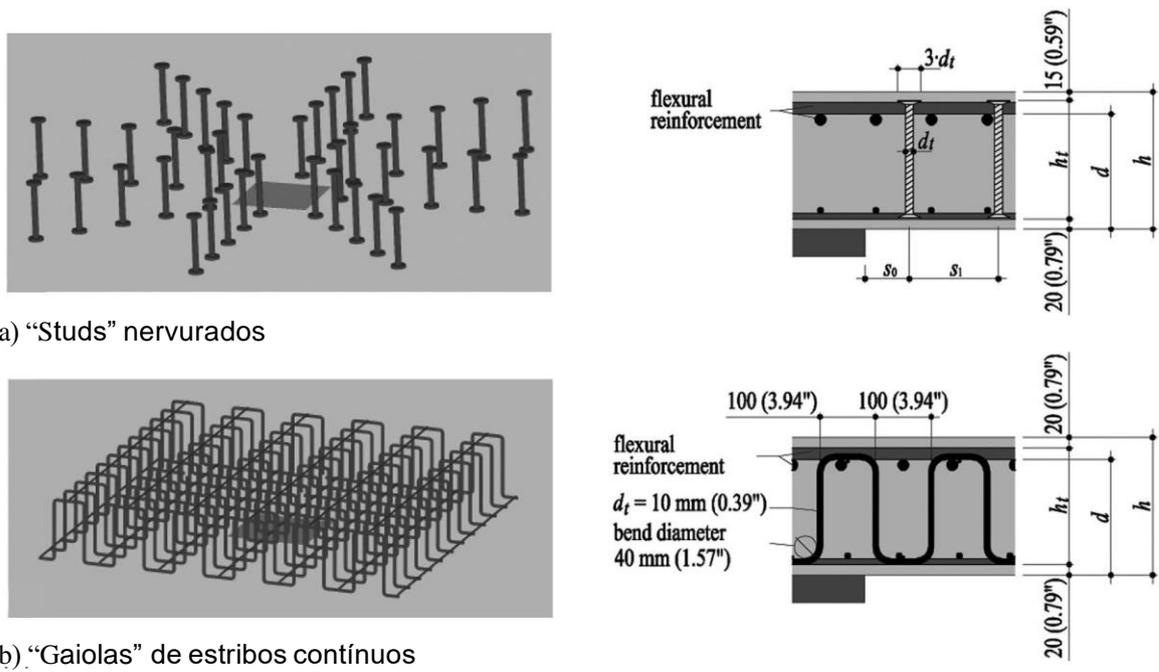


Figura 2.21 – Detalhamento das armaduras de punção (LIPS *et al*, 2012)

A carga foi aplicada por quatro macacos hidráulicos colocados debaixo da laje de reação. Através da laje de reação ligaram-se quatro tirantes de aço de alta resistência a quatro vigas metálicas que, por sua vez, por meio de oito tirantes de aço de alta resistência distribuíam a carga sobre a superfície dos modelos. As lajes eram apoiadas sobre uma placa metálica com dimensões correspondentes ao pilar (Figura 2.23).

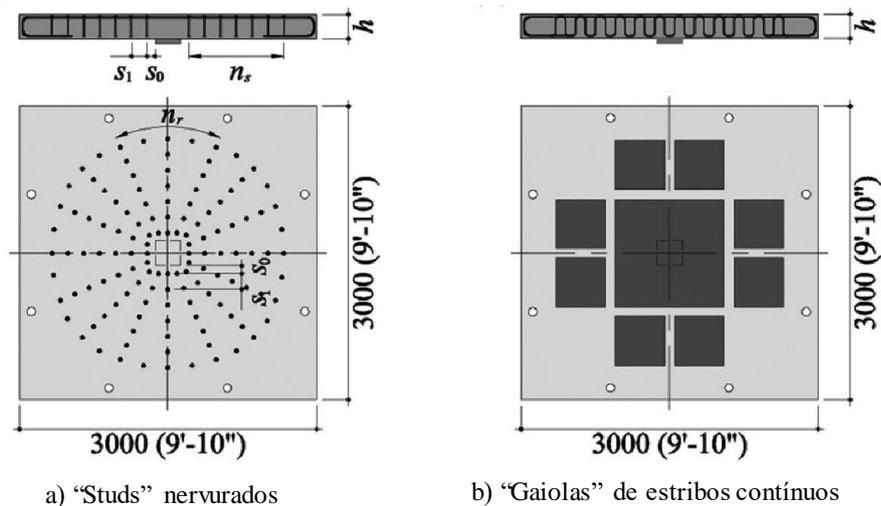


Figura 2.22 – Distribuição das armaduras de punção (LIPS *et al*, 2012)

Tabela 2.11 – Características e resultados dos ensaios (LIPS *et al*, 2012)

Laje	$h$ (mm)	$c$ (mm)	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$\rho_w$ (%)	Sistema	$P_u$ (kN)	$\psi_R$ (%)
PL1	250	130	193	36,2	1,63	–	–	682	6,0
PL6	250	130	198	36,6	1,59	1,01	studs	1363	18,6
PF1	250	130	209	31,1	1,50	0,79	estribos	1043	9,5
PV1	250	260	210	34,0	1,50	–	–	974	7,6
PL7	250	260	197	35,9	1,59	0,93	studs	1773	32,0
PF2	250	260	208	30,4	1,51	0,79	estribos	1567	16,7
PL3	250	520	197	36,5	1,59	–	–	1324	13,2
PL8	250	520	200	36,0	0,16	0,85	studs	2256	-
PF3	250	520	209	37,1	1,50	0,79	estribos	2242	46,8
PL4	320	340	267	30,5	1,58	–	–	1625	6,5
PL9	320	340	266	32,1	1,59	0,93	studs	3132	26,2
PF4	320	340	274	32,5	1,54	0,79	estribos	2667	14,0
PL5	400	440	353	31,9	1,50	–	–	2491	4,7
PL10	400	440	343	33,0	1,55	0,82	studs	5193	18,0
PF5	400	440	354	33,4	1,50	0,79	estribos	4717	13,4
PL11	250	260	201	34,2	1,56	0,23	studs	1176	11,9
PL12	250	260	201	34,6	1,56	0,47	studs	1633	22,0

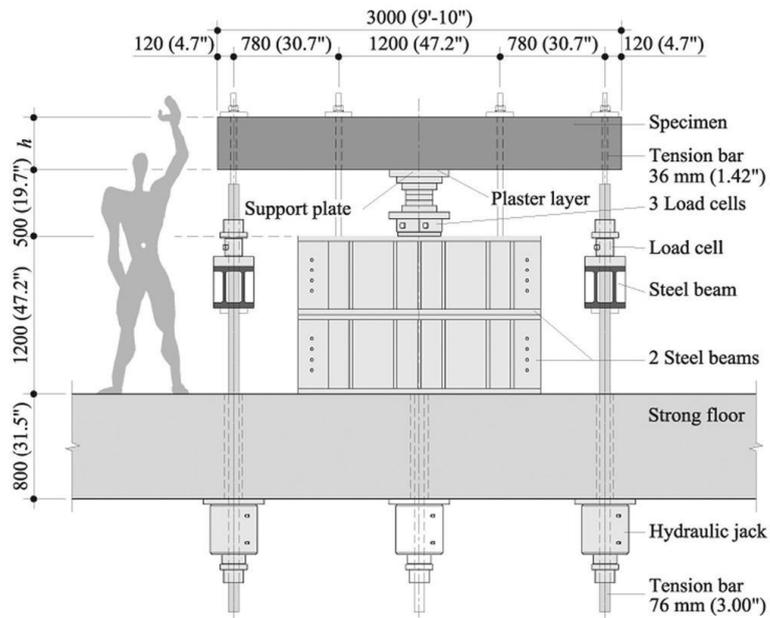


Figura 2.23 – Sistema de ensaio (LIPS *et al*, 2012)

A utilização de armaduras específicas de punção contribuiu significativamente para o aumento da resistência e da capacidade de rotação da laje. Em comparação com a laje sem armaduras de punção (PV1), nas lajes PF2 (com estribos) e PL7 (com “studs”), a capacidade resistente aumentou 161% e 182%, respectivamente. Quanto à capacidade de rotação, aumentou 220% e 421%, respectivamente. De acordo com os autores o melhor desempenho dos “studs” deve-se às melhores condições de ancoragem proporcionada pelas cabeças de ancoragem.

No tocante à influência da dimensão do pilar, como era esperado o aumento da área carregada corresponde à um aumento da capacidade resistente e de deformação da laje. Comparativamente com a laje de referência com “studs” (PL7), a laje PL6 (com menor área carregada e “studs”) atingiu apenas 77% da resistência ao puncionamento e 58% da capacidade de rotação. Por outro lado, na laje PL8 (com o dobro da área carregada e “studs”), a capacidade resistente e de deformação aumentaram significativamente, conduzindo à ruptura por flexão.

LIPS *et al*, (2012) concluem que o desenvolvimento da resistência é aproximadamente proporcional ao parâmetro  $b_0d$ , e a capacidade de rotação é inversamente proporcional à normalização do parâmetro  $d$ . Quanto a quantidade de armaduras de punção, verificou-se que um pequeno aumento é suficiente para melhorar a resistência e a capacidade de rotação da laje. A laje PL11 alcançou 121% da resistência da laje PV1 e 157% da capacidade de rotação da laje PV1. Com o dobro da armadura de punção, a laje PL12 atingiu 168% da resistência da laje PV1 e 289% da capacidade de rotação da laje PV1. No entanto, os autores afirmam que não é de se esperar que um novo aumento da taxa de armaduras de punção resulte em um aumento da carga de ruptura, uma vez que a laje PL7 atingiu a ruptura por esmagamento do concreto junto à face do pilar.

## 2.10 MÉTODOS TEÓRICOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA AO PUNCIONAMENTO

Ao logo dos anos diversos métodos teóricos foram desenvolvidos para se estimar a capacidade resistente das lajes ao puncionamento, nesta dissertação é abordado o modelo da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (CSCT), desenvolvida por MUTTONI (2008).

O estudo de MUTTONI (2008) tratava da aplicação da CSCT em lajes lisas sem armadura de cisalhamento sob carregamento simétrico. A teoria baseia-se na hipótese de que a perda de resistência da laje ao puncionamento aumenta com o acréscimo da rotação proveniente do carregamento, ou seja, quanto mais a laje rotaciona, menos resistente ao puncionamento a mesma se tornará. Isto se dá pela propagação da fissura crítica que secciona a biela próxima à ligação laje-pilar. Em 2010 o MODEL CODE (*fib*, 2010) fundamentou-se no CSCT como modelo de cálculo para se estimar a resistência de lajes lisas ao puncionamento. A Figura 2.24 mostra o modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao cortar a biela teórica, sendo a expressão geral da CSCT descrita na Equação 2.1.

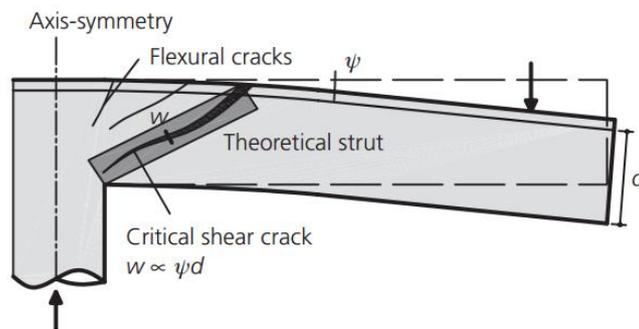


Figura 2.24 – Modelo de ruptura devido à fissura crítica de cisalhamento ao atravessar a biela teórica, (MUTTONI *et al*, 2013)

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \left[ \frac{\psi \cdot d}{(d_{g,0} + d_g)} \right]} \quad \text{Equação 2.1}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.2}$$

Onde:

$V_R$  é a resistência ao cisalhamento;

$b_0$  é o perímetro crítico a “ $0,5d$ ” da face do pilar;

$d$  é a altura útil da laje;

$f_c$  é a resistência do concreto à compressão, em MPa;

$\psi$  é a rotação da laje, sendo proporcional à fissura crítica de cisalhamento para os casos simétricos;

$d_{g,0}$  é definido como 16 mm e  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado (para considerar a rugosidade da fissura e a capacidade de transmitir o cisalhamento pelo engrenamento);  
 $r_s$  está relacionado com o mecanismo de ruptura à flexão e é geralmente considerada como metade da distância da linha de ruptura adotada;  
 $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;  
 $f_y$  é a tensão de escoamento da armadura de flexão;  
 $V$  é a força aplicada;  
 $V_{flex}$  é a força de cisalhamento quando a resistência à flexão da laje é atingida, calculada pela teoria das linhas de ruptura.

## 2.11 RESISTENCIA À FLEXÃO PELA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA

O método adotado para estimar a capacidade resistente à flexão das lajes ensaiadas foi o das linhas de ruptura. De acordo com LANGENDONCK (1970), esta teoria foi idealizada por INGERSLEV (1923). Desde então, vem se desenvolvendo com diversas aplicações em trabalhos, como os de JOHANSEN (1932), ELSTNER & HOGNESTAD (1956), HALLGREN (1994) e OLIVEIRA (2003). O método consiste em observar todos os mecanismos possíveis de ruptura, por meio das condições de contorno a fim de estimar-se uma carga de ruptura.

Ocorre que, à medida que se eleva o nível do carregamento, a laje apresenta uma redução em sua rigidez, consequência do surgimento de eventuais fissuras próximas à região carregada. Fato este que provoca uma redistribuição de esforços orientados para a região fissurada. Atingida certa etapa no nível de carregamento, a laje apresenta uma rotação em suas extremidades, admitindo uma deformação permanente e a formação de “linhas” de plastificação.

Segundo LANGENDONCK (1970), o valor do momento fletor correspondente ao início desta etapa denominada estágio III, pode ser determinado admitindo-se uma distribuição uniforme das tensões de compressão no concreto, como mostra a Figura 2.25. Sendo assim, o valor do momento fletor último por unidade de comprimento para lajes com seção transversal retangular é determinado pela Equação 2.3.

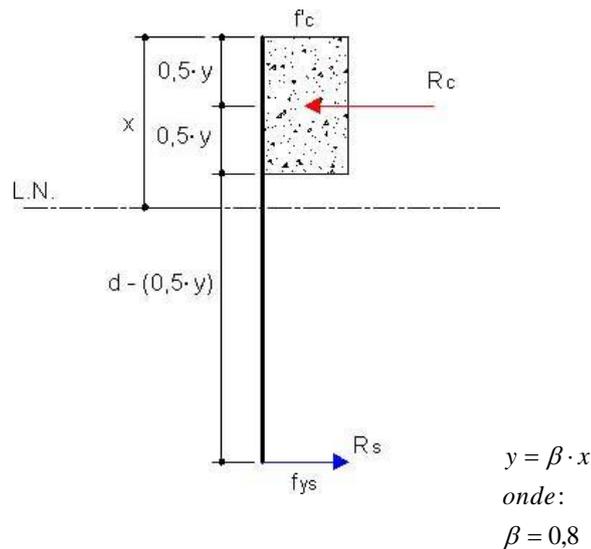


Figura 2.25 – Diagrama simplificado das tensões de compressão no concreto (estádio III)

$$M_u = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left( 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f'_c} \right) \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:

$\rho$  é a taxa geométrica da armadura;

$d$  é a altura útil da laje;

$f_{ys}$  é a tensão de escoamento da armadura;

$f'_c$  é a tensão de ruptura do concreto.

De acordo com OLIVEIRA (2003), a teoria elementar das charneiras plásticas sugere uma configuração para as linhas de ruptura em lajes com pilares retangulares. Essa aproximação baseia-se em modelos da literatura adotados em lajes quadradas com pilares quadrados, considerando apenas os comprimentos das distâncias entre as faces do pilar e as linhas de apoio. Vale ressaltar que, os momentos resistentes por unidade de comprimento foram considerados iguais em ambas as direções como mostra a Figura 2.26. A carga última de flexão da configuração de ruína exibida anteriormente é determinada pela Equação 2.4.

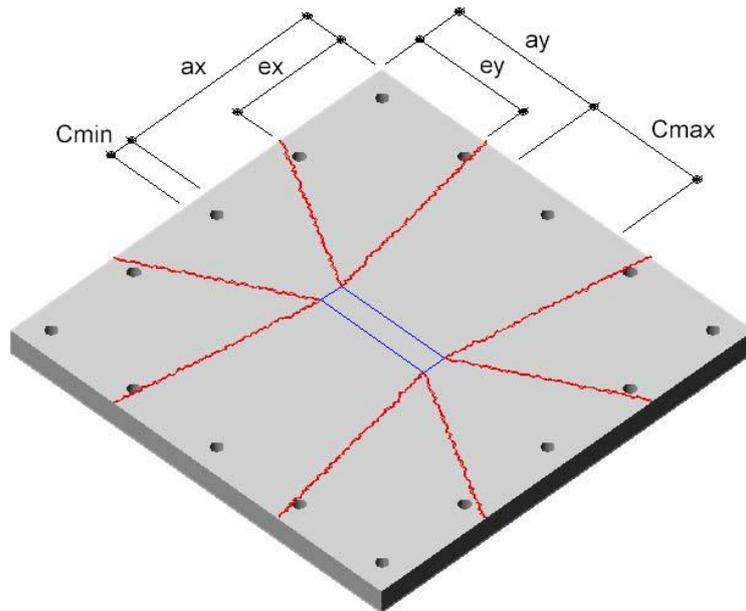


Figura 2.26 – Configuração de ruína por flexão para laje em estudo

$$P_{flex} = 2 \cdot M_u \cdot \left\{ \frac{l_x}{a_y} + \frac{l_y}{a_x} - 2 \cdot \left[ \frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right] \right\} \quad \text{Equação 2.4}$$

Sendo:

$$f_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_y} - 1 \right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left( \frac{a_y}{e_y} - 1 \right)} \quad \text{Equação 2.5}$$

$$f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_x} - 1 \right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left( \frac{a_x}{e_x} - 1 \right)} \quad \text{Equação 2.6}$$

$$e_x = e_y = 0,2l \quad \text{Equação 2.7}$$

### 3 RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS PARA O CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO

Neste capítulo são apresentadas as recomendações de algumas normas de projeto para estimar as resistências das lajes ao punçionamento, para tal, as recomendações tratam o problema de forma semelhante, onde tensões de cisalhamento se concentram e são verificadas em regiões próximas ao pilar em questão. Destaca-se que em todas as normas verificadas neste trabalho, o processo é empírico. A seguir, as normas que foram consideradas para a elaboração desta dissertação:

- ACI 318, **American building code requirements for reinforced concrete**. American Concrete Institute. (ACI, 2014);
- CEB **MODEL CODE: Final draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. (*fib*, 2010);
- EUROCODE 2, **Design of concrete structures**. European Committee for Standardization. (CEN, 2004);
- NBR 6118, **Projeto de estruturas de concreto**. Associação Brasileira de Normas Técnicas. (ABNT, 2014);

#### 3.1 ACI 318 (ACI, 2014)

Os critérios de análise deste código baseiam-se na Equação 3.1, a qual consiste na verificação da tensão cisalhante na superfície crítica, cujo valor do perímetro é  $0,5 \cdot d$ , a partir da face do pilar. Sabe-se que  $V_u$  é a força cortante (majorada) na seção considerada e  $V_n$  é a resistência ao cisalhamento nominal calculada pela Equação 3.2, na qual  $V_c$  é a parcela nominal de resistência do concreto e  $V_s$  é a parcela nominal referente à armadura de cisalhamento. O coeficiente  $\phi$  é considerado unitário para estudos em laboratório.

$$\phi \cdot V_n \geq V_u \quad \text{Equação 3.1}$$

$$V_n = V_c + V_s$$

Equação 3.2

A verificação da resistência ao puncionamento em lajes lisas sem armadura de cisalhamento nas proximidades de pilares, cargas concentradas ou reações, deverá atender duas situações. A primeira verificação é caracterizada por um comportamento similar a uma viga chata, na qual, a ruptura por cisalhamento ocorre apenas em uma direção da laje. A segunda verificação refere-se ao cisalhamento ocorrendo nas duas direções (punção). A fim de analisar o efeito nas duas direções em lajes com pilares localizados no interior da edificação, a Figura 3.1 mostra as formas do perímetro de controle,  $b_0$ , em diferentes casos de ligação laje-pilar.

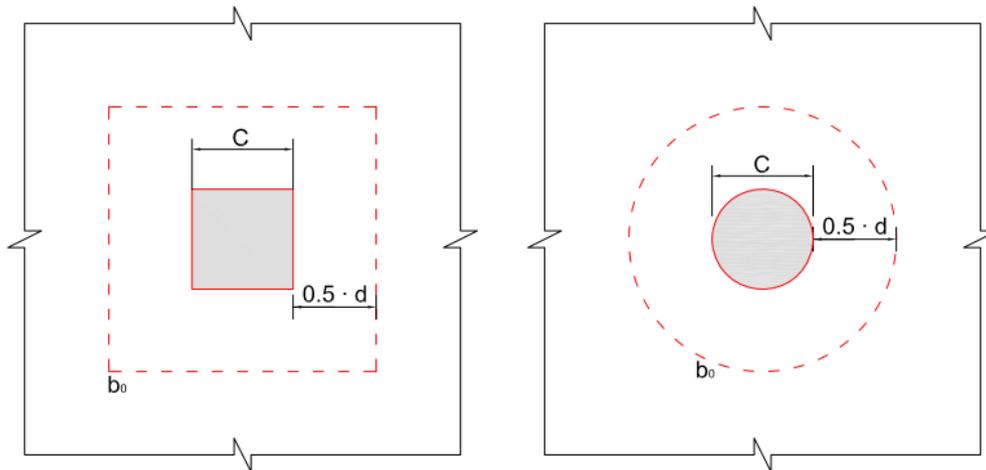


Figura 3.1 – Perímetro de controle ( $b_0$ ) para avaliar a punção segundo o ACI 318 (ACI, 2014)

A parcela nominal de resistência do concreto,  $V_c$ , para esta verificação é determinada, considerando-se a situação mais desfavorável para os três casos apresentados a seguir. A Equação 3.3 considera, primeiramente, o efeito das dimensões do pilar na tensão limite do concreto, na qual  $\beta_c$  é a razão entre as faces do pilar  $\beta_c = \frac{c_{max}}{c_{min}}$ .

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$$

Equação 3.3

A segunda situação expressa pela Equação 3.4. sugere considerar a contribuição do perímetro de controle,  $b_0$ , na tensão limite do concreto onde  $\alpha_s$  assume o valor 3,32 para pilares internos.

$$V_c = \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{6 \cdot \alpha_s \cdot d}{b_0} + 1 \right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 3.4}$$

A terceira situação expressa pela Equação 3.5 não leva em consideração o efeito da dimensão do pilar,  $\beta_c$ , e nem a contribuição do perímetro de controle,  $b_0$ , na tensão limite do concreto, onde  $V_c$  não deve ser maior que  $\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ . Além disso  $V_n$  não deve ser tomado maior que  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ . Desta maneira,  $V_s$  não deve ser maior que  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$ .

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 3.5}$$

No caso de lajes com armadura transversal a parcela nominal de resistência do aço,  $V_s$  é determinado pela Equação 3.6, onde  $A_v$  é a área da seção transversal de todas as “pernas” da armadura de cisalhamento situadas sobre uma linha periférica geometricamente semelhante ao perímetro da seção do pilar;  $s$  é a distância entre estribos, e  $\alpha$  é a inclinação dos estribos com o plano da laje. A tensão de escoamento da armadura de cisalhamento,  $f_y$ , não deve exceder 435 MPa. A Figura 3.2 apresenta o perímetro de controle externo à última camada de estribos,  $b_{out}$ , utilizado para análise externa a  $0,5 \cdot d$  em relação à esta camada.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha) \cdot d}{s} \quad \text{Equação 3.6}$$

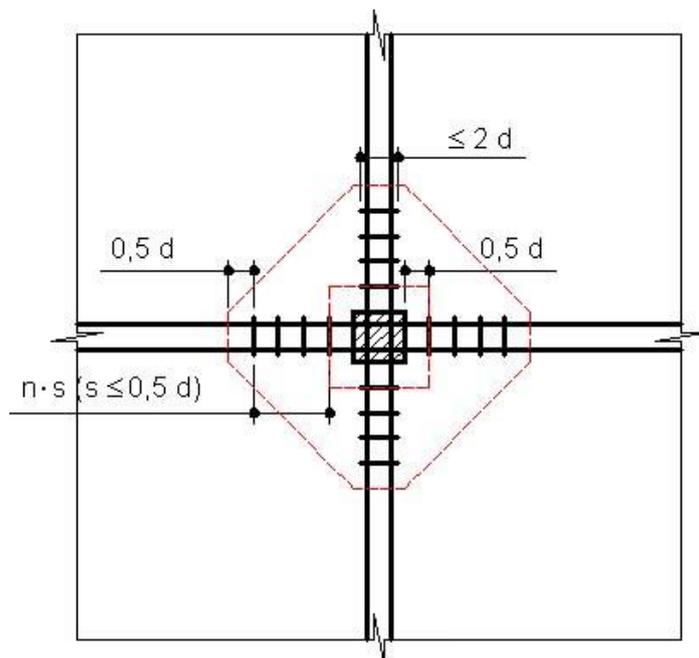


Figura 3.2 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento, ACI 318 (ACI, 2014)

### 3.2 MODEL CODE (FIB, 2010)

Este código tem como base um modelo mecânico intitulado de Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento – TFCC (MUTTONI, 2008). Este modelo sugere a verificação, quanto à carga última associada a um critério de ruína, ou seja, pressupõe-se que a resistência à punção em lajes sem armadura transversal está associada à fissura crítica de cisalhamento, como mostra a Figura 3.3. Para tal, o código prescreve que a resistência última à punção é definida pela soma da parcela nominal resistente referente à armadura transversal ( $V_{Rd,s}$ ) e ao concreto ( $V_{Rd,c}$ ), conforme Equação 3.7. A Figura 3.4 mostra os perímetros de controle ( $b_l$ ) recomendados pelo código.

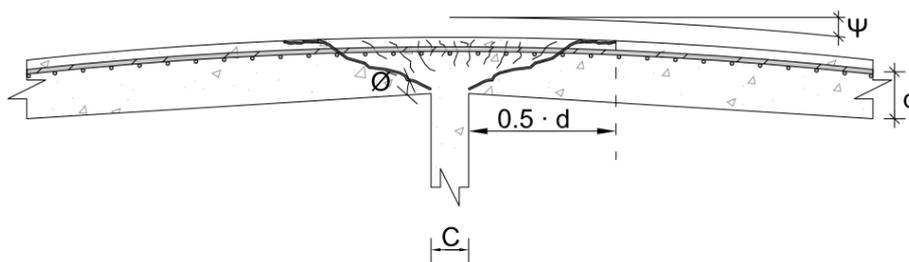


Figura 3.3 – Modelo de ruptura para verificação por punção, MODEL CODE (fib, 2010)

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$$

Equação 3.7

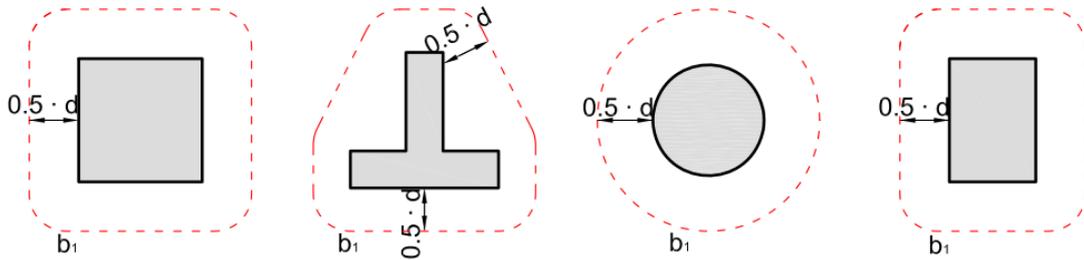


Figura 3.4 – Perímetro de controle para pilares internos, MODEL CODE (fib, 2010)

Para lajes sem armaduras transversais, a verificação à punção proveniente de cargas concentradas ou reações de apoio pode ser verificada, tomando-se o esforço cortante nominal no perímetro de controle. Logo, a estimativa da resistência à punção em uma laje lisa de concreto armado sem armadura transversal é determinada pela Equação 3.8.

$$V_{Rdc} = K_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot d \cdot b_1$$

Equação 3.8

Sendo  $k\psi$  o parâmetro definido pela Equação 3.9, consequência da deformação, seu valor depende da rotação  $\psi$  da laje na região de apoio. Para o cálculo da rotação, o código apresenta quatro níveis de aproximação com grau de precisão e complexidade da análise que, por sua vez, são todos diferentes a fim de avaliar a resistência à punção.

$$K_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{dg}}$$

Equação 3.9

O nível I de aproximação dado pela Equação 3.10 refere-se às lajes planas projetadas, de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa de forças internas. O nível II de aproximação refere-se às lajes que apresentam redistribuição significativa no cálculo do momento da armadura de flexão, sendo seu valor definido pela Equação 3.11. O nível III de aproximação sugere a substituição do valor de 1,5 no coeficiente da Equação 3.11 por 1,2 caso os valores de  $r_s$  e  $m_{sd}$  sejam extraídos de um modelo linear elástico. Por fim, o nível IV de aproximação sugere uma análise não linear para determinar o valor da rotação.

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{Equação 3.10}$$

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 3.11}$$

Onde:

$r_s$  - É a distância entre o eixo do pilar e a linha onde o momento é nulo. Em caso de lajes planas e retangulares, onde a relação entre os vãos  $L_x/L_y$  estiver entre 0,5 e 2,0, o valor de  $r_s$  pode ser aproximado como  $0,22 \cdot L$  (nas direções x e y);

$m_{sd}$  - É o valor do momento fletor médio solicitante de projeto. A norma considera três posições para os pilares na edificação: interno, canto e borda. No caso de pilares internos,  $m_{sd}$  é calculado simplifadamente pela Equação 3.12;

$m_{Rd}$  - É o valor do momento fletor médio resistente de projeto;

$$m_{sd} = \frac{V_{Ed}}{8} \quad \text{Equação 3.12}$$

Ocorre que, a resistência fornecida pela armadura transversal inclinada é dada pela Equação 3.13, sendo  $A_{sw}$  a soma da área da seção transversal da armadura de cisalhamento. O termo  $\sigma_{swd}$  expresso pela Equação 3.14, diz respeito à tensão mobilizada da armadura transversal. O diâmetro da armadura transversal é indicado pelo termo  $\phi_w$ . A tensão de aderência  $f_{bd}$  pode ser definida pela Equação 3.15 ou simplifadamente por 3,0 MPa.

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swd} \cdot \text{sen} \alpha \quad \text{Equação 3.13}$$

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \cdot \Psi}{6} \cdot (\text{sen} \alpha + \cos \theta) \cdot \left( \text{sen} \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad \text{Equação 3.14}$$

$$f_{bd} = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot \left( \frac{f_{ck}}{25} \right)^{0,5} \quad \text{Equação 3.15}$$

A Figura 3.5 mostra o perímetro de controle para verificação da capacidade resistente de punção fora da zona com armadura de cisalhamento. A capacidade, portanto, é dada pela Equação 3.16 onde  $b_2$  é o novo perímetro de controle fora da zona reforçada com armadura de cisalhamento. O perímetro de controle é definido a uma distância de  $0,5 \cdot d$ , além da última camada de armadura transversal.

$$V_{Rd,out} = K_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_2 \cdot d_{out} \quad \text{Equação 3.16}$$

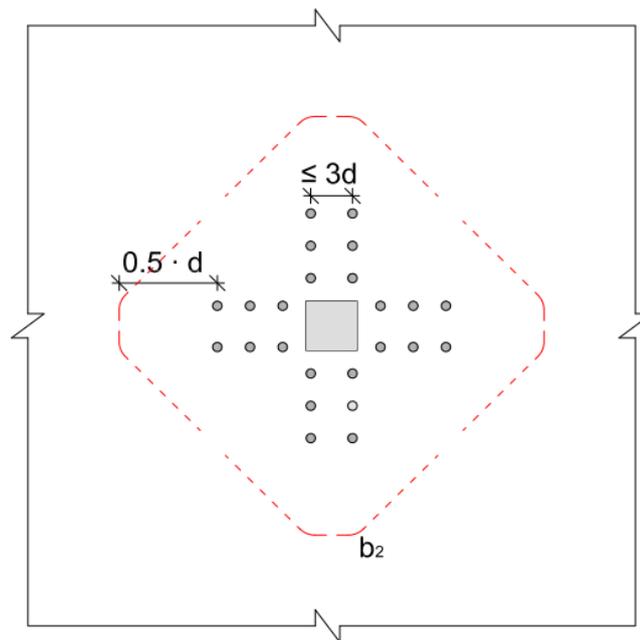


Figura 3.5 – Perímetro de controle para pilares internos com armadura de cisalhamento, MODEL CODE (*fib*, 2010)

### 3.3 EUROCODE 2 (CEN, 2004)

Esta norma apresenta a Figura 3.6 como um modelo apropriado de ruptura por punção no estado limite último de um elemento. Segundo a norma, a verificação quanto à resistência ao cisalhamento deve ser realizada em torno da face do pilar e no perímetro de controle básico  $u_1$ . O perímetro de controle básico, pode ser tomado normalmente a uma distância  $2 \cdot d$ , da área carregada e deve ser traçado de tal forma que minimize seu comprimento, como é observado na Figura 3.7.

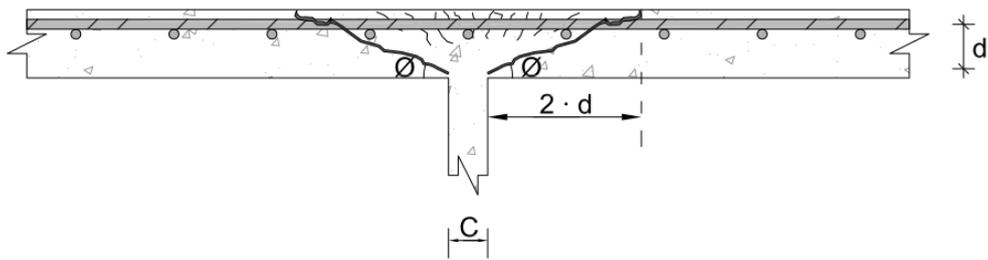


Figura 3.6 – Perímetro de controle, EUROCODE 2 (CEN, 2004)

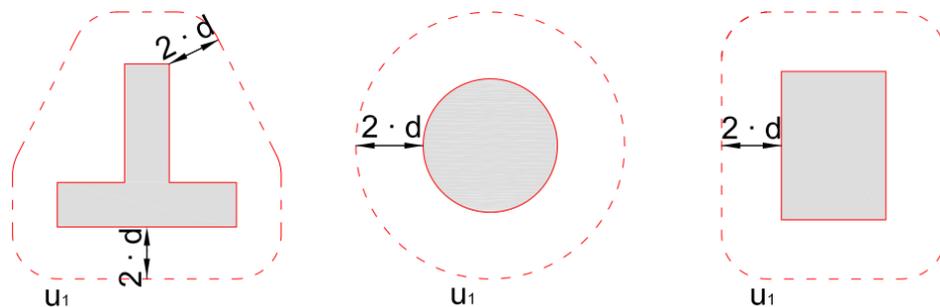


Figura 3.7 – Perímetro de controle, EUROCODE 2 (CEN, 2004)

As seguintes tensões de projeto de cisalhamento ao longo da seção de controle, em MPa, são definidas.

- $V_{R,c}$  é o valor de projeto da resistência ao cisalhamento por punção de uma laje sem armadura de cisalhamento ao longo do perímetro de controle considerado.
- $V_{R,cs}$  é o valor de projeto da resistência ao cisalhamento por punção de uma laje com armadura de cisalhamento ao longo do perímetro de controle considerado.
- $V_{R,max}$  é o valor de projeto da máxima resistência ao cisalhamento por punção ao longo do perímetro de controle considerado.

No perímetro do pilar, a máxima tensão de cisalhamento por punção não deve exceder a desigualdade da Equação 3.17. Caso a Equação 3.18 seja atendida, não há necessidade do uso de armadura de cisalhamento, onde  $V_E$  exceder o valor de  $V_{R,c}$  no perímetro de controle

analisado, armaduras de cisalhamento podem ser consideradas como uma opção para o acréscimo de resistência da laje.

$$V_E < V_{R,max} \quad \text{Equação 3.17}$$

$$V_E < V_{R,c} \quad \text{Equação 3.18}$$

A resistência ao cisalhamento por punção de lajes sem armadura de cisalhamento deve ser avaliada no perímetro de controle básico,  $u_l$ . A resistência de projeto ao cisalhamento por punção pode ser calculada pela Equação 3.19:

$$V_{R,c} = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_I \cdot f'_c)^{1/3} \geq V_{min} \quad \text{Equação 3.19}$$

Onde:

$f'_c$  é em Mpa

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ com } d \text{ e mm}$$

$$\rho_I = \sqrt{\rho_{Ix} \cdot \rho_{Iy}} \leq 0,02$$

$\rho_{Ix}$  e  $\rho_{Iy}$  são as taxas de armadura nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Os valores de  $\rho_{Ix}$  e  $\rho_{Iy}$  devem ser calculados como um valor médio em relação à largura da laje, sendo que esta é igual à largura do pilar somado ao valor de  $3,0 \cdot d$  para cada lado. É recomendado que o valor de  $C_{Rd,c}$  seja  $\frac{0,18}{\gamma_c}$ . O valor de  $V_{min}$  é determinado pela Equação 3.20.

$$V_{min} = 0,035 \cdot K^{\frac{3}{2}} \cdot f'_c^{\frac{1}{2}} \quad \text{Equação 3.20}$$

A resistência ao cisalhamento por punção para lajes com armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 3.21.

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,ef} \cdot \left(\frac{1}{u_1 \cdot d}\right) \cdot \text{sen} \alpha \quad \text{Equação 3.21}$$

Onde:

$A_{sw}$  é a área da armadura de cisalhamento em um perímetro ao redor do pilar ( $\text{mm}^2$ );  
 $s_r$  é o espaçamento radial da armadura de cisalhamento no perímetro considerado (mm);  
 $f_{yw,ef}$  é a resistência efetiva de projeto da armadura de cisalhamento, determinada pela Equação 3.22.

$$f_{yw,ef} = 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{yw} \quad \text{Equação 3.22}$$

Onde:

$d$  é a média da altura útil em direções ortogonais;  
 $\alpha$  é o ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.

Caso haja a necessidade de armadura de cisalhamento, o perímetro de controle  $u_{out,ef}$  é determinado pela Equação 3.23. Onde  $\beta$  é o considerado unitário, para o caso de não haver transferência de momento na ligação laje-pilar. O perímetro externo à última camada de armadura de cisalhamento deve ser localizado a uma distância não maior que  $k \cdot d$  dentro de  $u_{out,ef}$  como mostra a Figura 3.8. Neste caso, o valor recomendado pela norma para  $k$  é 1,5.

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_E}{v_{R,c} \cdot d} \quad \text{Equação 3.23}$$

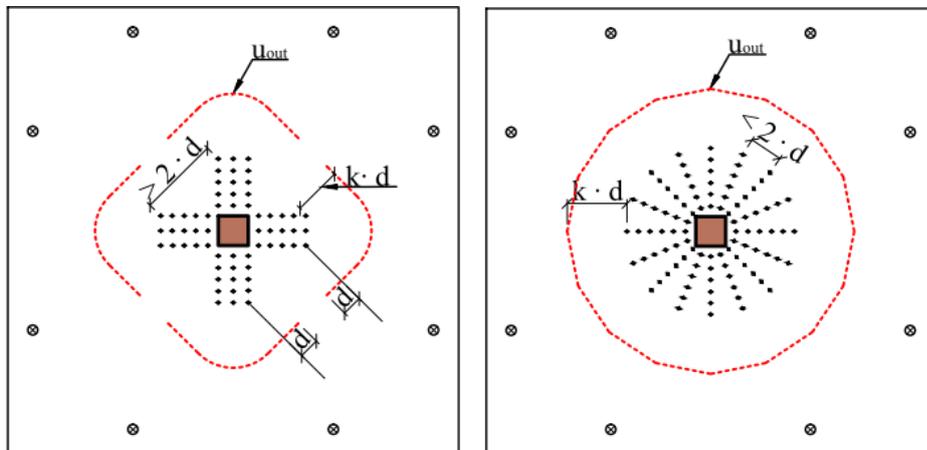


Figura 3.8 – Perímetro de controle com armadura de cisalhamento, Eurocod 2 (CEN, 2004)

### 3.4 NBR 6118 (ABNT, 2014)

Esta norma sugere como modelo correspondente a verificação ao cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas. Na primeira superfície crítica, localizada na face do pilar, perímetro de controle  $C$ , verifica-se a tensão de compressão diagonal do concreto, por meio da tensão de cisalhamento. Na segunda superfície crítica, afastada  $2,0 \cdot d$  do pilar, perímetro de controle  $C'$ , deve ser verificada a capacidade da ligação à punção associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também se faz através de uma tensão de cisalhamento no perímetro de controle  $C'$ . A Figura 3.9 mostra possíveis formas de perímetro de controle  $C$  e  $C'$ .

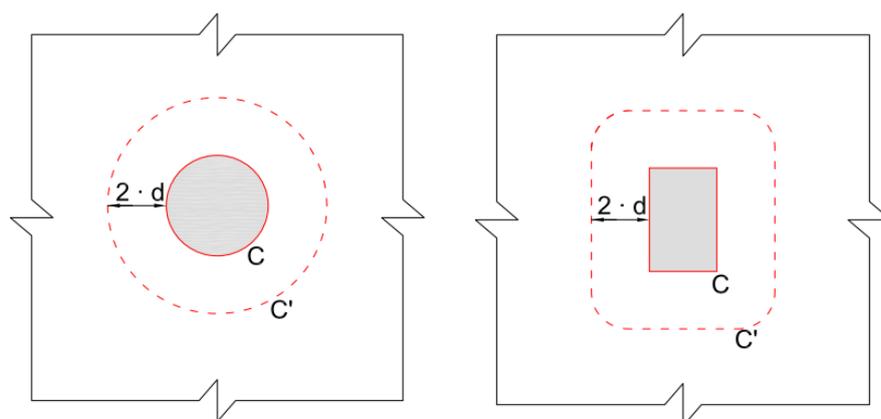


Figura 3.9 – Perímetro de controle para pilar interno, NBR 6118 (ABNT, 2014)

No caso em que se considera o efeito do carregamento simétrico e o pilar interno à edificação, a tensão solicitante nos perímetros de controle  $C$  e  $C'$  é determinada pela Equação 3.24.

$$\tau_s = \frac{F_s}{u \cdot d} \quad \text{Equação 3.24}$$

Onde:

$d = \frac{d_x + d_y}{2}$ . Em que  $d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro de controle  $C'$ ;  $d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

$u$  é o perímetro do contorno  $C'$ ;  $u \cdot d$  é a área do perímetro de controle;

$F_s$  é a força ou a reação concentrada de cálculo.

A verificação quanto à tensão resistente de compressão diagonal do concreto no perímetro de controle  $C$  em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura, é determinada pela Equação 3.25.

$$\tau_s \leq \tau_{r2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f'_c \quad \text{Equação 3.25}$$

Onde  $\alpha_v$  é definido pela Equação 3.26:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \quad \text{Equação 3.26}$$

com  $f'_c$  em MPa;

A tensão resistente no perímetro de controle  $C'$  em elementos estruturais ou trechos sem armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 3.27.

$$\tau_s \leq \tau_{r1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \quad \text{Equação 3.27}$$

Onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 3.28}$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad \text{Equação 3.29}$$

Sendo:

$d$  é a altura útil da laje, em cm, ao longo do perímetro de controle  $C'$  da área de aplicação da força;

$\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais, na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de  $3,0 \cdot d$  para cada um dos lados.

A tensão resistente no perímetro de controle  $C'$  em elementos estruturais ou trechos com armadura de cisalhamento é determinada pela Equação 3.30.

$$\tau_s \leq \tau_{r3} = 0,10 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sen}\alpha}{u \cdot d} \quad \text{Equação 3.30}$$

Onde:

$s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de cisalhamento, não maior que  $0,75 \cdot d$ ;

$A_{sw}$  é a área da armadura de punção num perímetro de controle completo paralelo a  $C'$ ;  $\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$u$  é o perímetro no contorno  $C'$ ;

$f_{yw}$  é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou que 250 MPa para estribos de aço CA-50 ou CA-60.

Ocorre que, quando for necessário utilizar armadura transversal, ela deve ser estendida em contornos paralelos ao  $C'$ , até que, num contorno  $C''$  afastado  $2,0 \cdot d$  da última camada da armadura, não seja mais necessária a armadura, isto é,  $\tau_s \leq \tau_{r1}$  (Figuras 3.10 e 3.11).

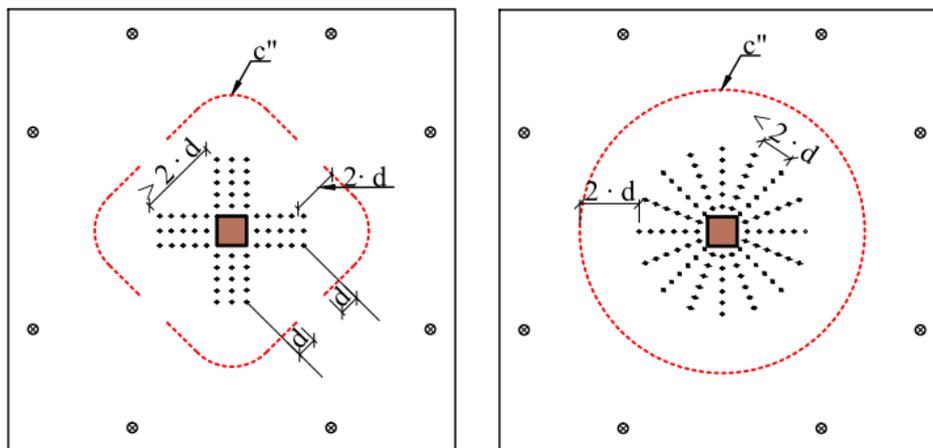


Figura 3.10 – Perímetro de controle com armadura de punção, NBR 6118 (ABNT, 2014)

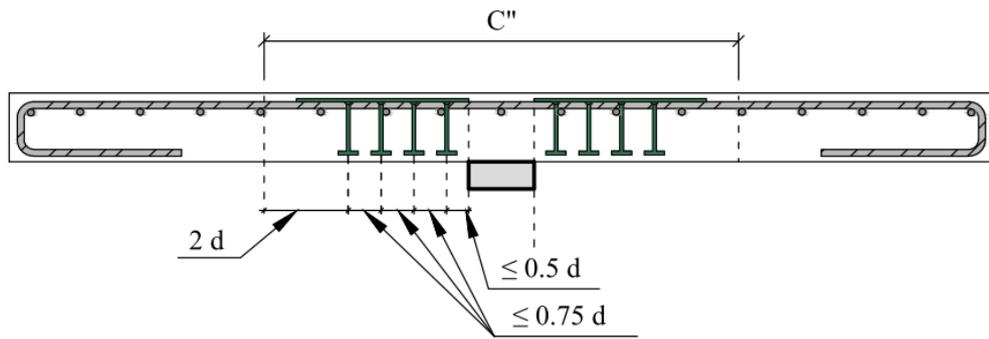


Figura 3.11 – Disposição da armadura de punção em corte.

A norma ressalta que, caso necessário à utilização de armadura de cisalhamento, três verificações devem ser realizadas:

- Tensão resistente de compressão do concreto no perímetro  $C$ ;
- Tensão resistente à punção no perímetro  $C'$ , considerando armadura de cisalhamento;
- Tensão resistente à punção no perímetro  $C''$ , sem armadura de cisalhamento.

## 4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em estruturas compostas por lajes lisas onde os vãos são da mesma ordem de grandeza nas duas direções, ocorre uma distribuição balanceada de momentos fletores. Segundo LEONHARD & MÖNNING (1978) as forças cortantes aumentam hiperbolicamente em direção ao pilar de modo que os valores máximos da tensão de cisalhamento ocorrem na região onde os momentos negativos também são máximos, tornando a ligação laje-pilar o ponto crítico desses esforços.

Ainda segundo LEONHARD & MÖNNING (1978), o ponto de momento nulo situa-se sobre uma circunferência em torno do centro do pilar, com um raio igual a  $0,22 \cdot l$ , onde  $l$  é o vão dos painéis quadrados adjacentes ao pilar. Sendo assim, para efeito de estudos sobre cisalhamento, torna-se suficiente a utilização de “elementos de lajes” nos ensaios de laboratório, com dimensões que representem a região de momento negativo ao redor do pilar e delimitados por pontos de momentos nulos.

Neste trabalho são analisados por meio de simulações experimentais, 5 modelos de lajes lisas que reproduzem situações similares à região em torno de um pilar de centro em um pavimento de uma edificação onde se utiliza o sistema estrutural de laje lisa. Busca-se avaliar o comportamento das lajes reforçadas com as armaduras de combate à punção propostas neste trabalho e empregadas nessa região de concentração de tensões. A Figura 4.1 ilustra que os modelos confeccionados para esse estudo se enquadram na região entre os momentos fletores nulos. As lajes foram confeccionadas na escala 1:2, simulando um vão ( $l$ ) de aproximadamente 6500 mm.

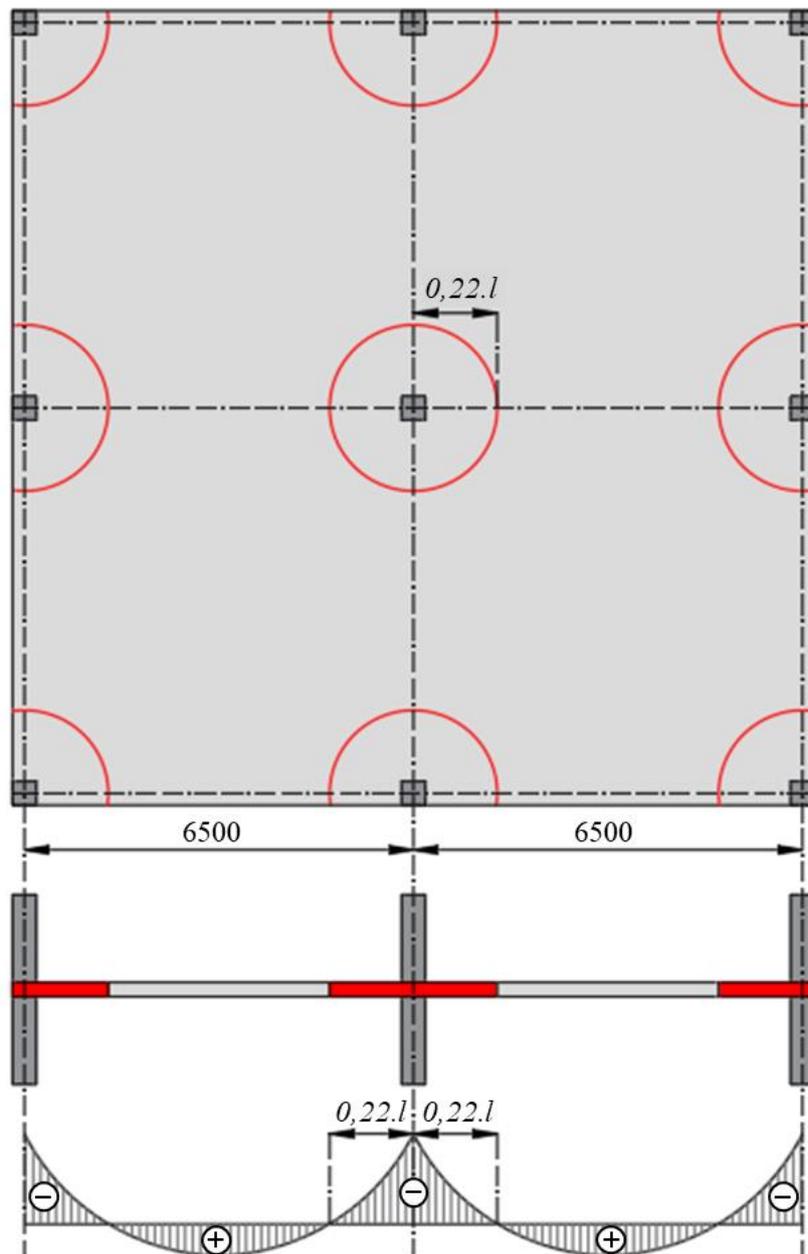


Figura 4.1 – Região de momento fletor negativo

## 4.2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS

O programa experimental consiste na confecção e análise de 5 lajes maciças de concreto armado com dimensões em planta de 1.400 mm x 1.400 mm e espessura de 120 mm e mesma taxa de armadura longitudinal, fixada em 1,06%. A resistência mecânica à compressão do concreto para todos os modelos é de 30 MPa, todos estes são submetidos a um carregamento concentrado no centro da superfície inferior por meio de uma placa metálica que simula a

seção de um pilar com dimensões de 120 mm x 120 mm e 42 mm de espessura. Dos 5 modelos, 4 são reforçados com armadura de combate a punção, e um sem reforço, servindo como referência. De forma a obter um carregamento simétrico e fixar os painéis ao sistema de ensaio, foram inseridos 4 pontos de suporte sobre uma circunferência em torno do pilar. A tabela a seguir apresenta detalhadamente as características das lajes.

Tabela 4.1 – Características das lajes.

Laje	$\rho$ (%)	$d$ (mm)	$C$ (mm)	$f_c$ (MPa)	Nº de Camadas	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	$A_{sw}/$ camada (mm) <sup>2</sup>	Inclinação do estribo	Distrib.	
LR	1,06	95	120	30,7	-	-	-	-	-	
L1					8	5,0	160	90°	Cruz	
L2							160	60°		
L3							6,3	252		90°
L4								252		60°

### 4.3 ARMADURA DE FLEXÃO

Em todos os casos, a armadura de flexão é composta por 18 barras de 10 mm de diâmetro posicionadas junto à face superior da laje e espaçadas de 78 mm nas direções  $x$  e  $y$  e ancoradas nas bordas da laje. Para a região inferior, é adotada uma malha de composição com 10 barras de 5 mm de diâmetro em cada direção. O cobrimento na face superior e extremidades laterais é de 15 mm, na face inferior é de 10 mm, sendo assim, a altura útil teórica é de 95 mm. A taxa de armadura ( $\rho$ ) determinada pela Equação 4.1 foi de 1,06%. A Figura 4.2 mostra a disposição das barras da armadura de flexão e da malha inferior e ainda um corte da seção transversal. Já a figura Figura 4.3 mostra o arranjo em perspectiva da armadura longitudinal de flexão.

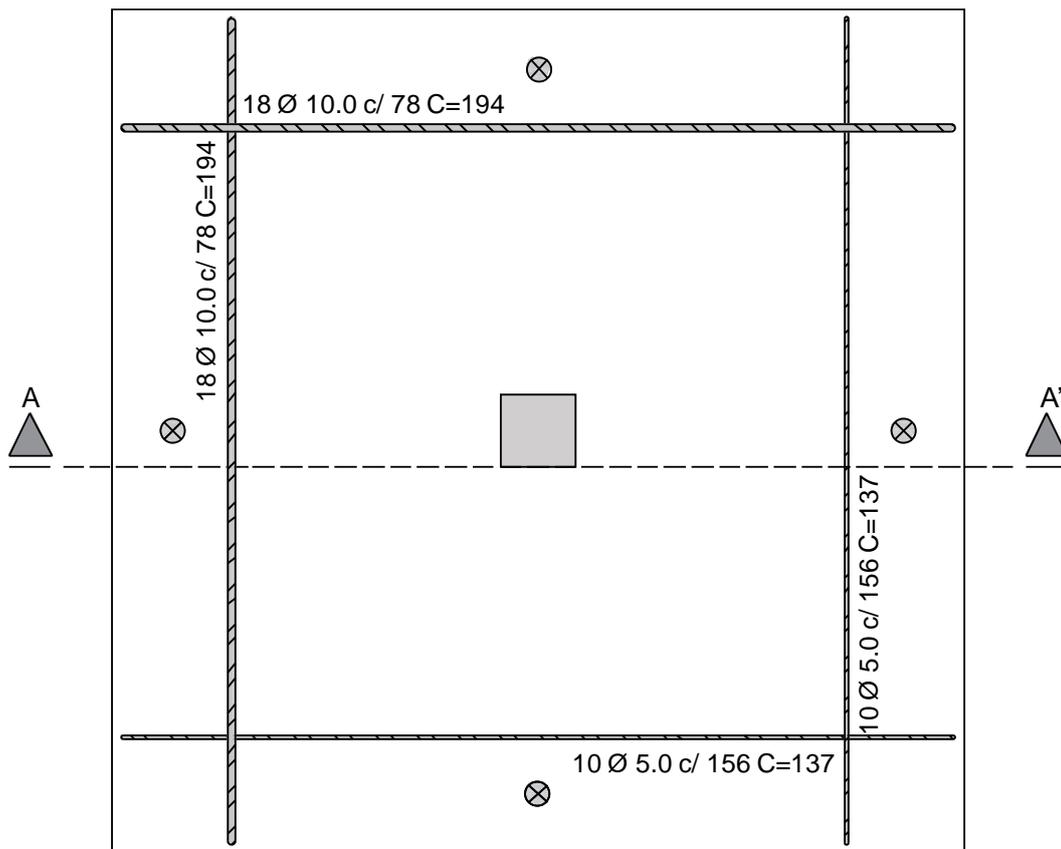
$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad \text{Equação 4.1}$$

Onde:

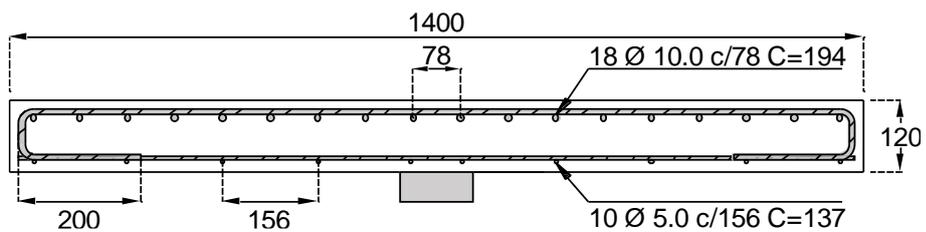
$A_s$  é a área da seção transversal da armadura de flexão;

$b$  é o comprimento do vão da laje;

$d$  é a altura útil da laje.



a) Arranjo da armadura superior e inferior para todos os modelos



b) Vista do corte A-A'

Figura 4.2 – Disposição das armaduras longitudinais das lajes

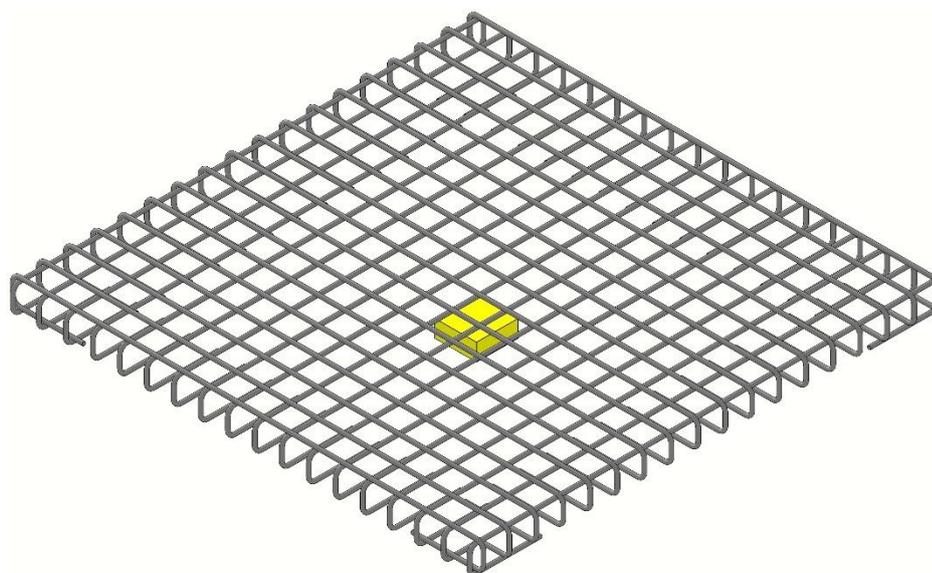


Figura 4.3 – Vista isométrica da armadura de flexão

#### 4.4 ARMADURA DE CISALHAMENTO

As armaduras de cisalhamento são constituídas por estribos de aço dobrados de modo a proporcionar uma dupla camada de seção transversal, estes estribos são posicionados perpendicularmente ao plano da laje em 2 dos modelos, e inclinados em um ângulo de  $60^\circ$  em relação ao plano da laje em outros 2 modelos. A geometria dos estribos foi definida de modo a assegurar a ancoragem na zona comprimida sem a necessidade de envolver a armadura longitudinal inferior.

Com exceção da laje de referência LR, todas as lajes são armadas ao cisalhamento. O diâmetro das barras usadas para confecção dos estribos é de 5 mm e de 6,3 mm, estas barras foram dobradas seguindo as recomendações da norma brasileira NBR 7480:2007, no tocante ao diâmetro do pino usado, para evitar a fragilização dos cantos. Para cada laje utiliza-se apenas um modelo de estribo e distribuição.

##### 4.4.1 Estribo Perpendicular ao Plano da Laje ( $90^\circ$ )

Este estribo é a armadura de cisalhamento de duas das quatro lajes (L1 e L3), difere entre estas duas apenas o diâmetro em que o mesmo é confeccionado, sendo o estribo da L1 com  $\varnothing$  de 5 mm e o estribo da L2 com  $\varnothing$  de 6,3 mm. As dimensões do estribo mostradas na Figura 4.4 permanecem as mesmas independente do diâmetro da barra adotada para sua confecção

no intuito de preservar sua geometria e facilitar sua confecção. O primeiro perímetro ( $S_{t_0}$ ) está a uma distância de 10 mm da face do pilar, os demais são espaçados a cada 45 mm ( $S_t$ ). As Figura 4.5 a Figura 4.8 mostram o arranjo adotado para o posicionamento dos estribos nas lajes. Nestas figuras nota-se que para preservar o cobrimento inferior de 10 mm, os estribos ancorados na direção de menor altura útil têm sua altura reduzida em 10 mm. As Figura 4.9 e Figura 4.10 mostram as armaduras finalizadas e prontas para a concretagem.

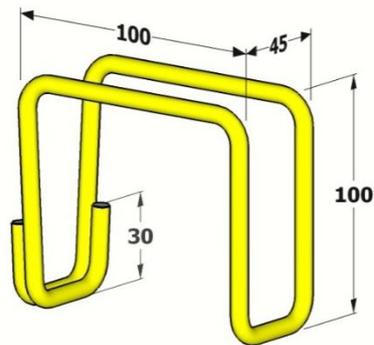


Figura 4.4 – Estribo perpendicular

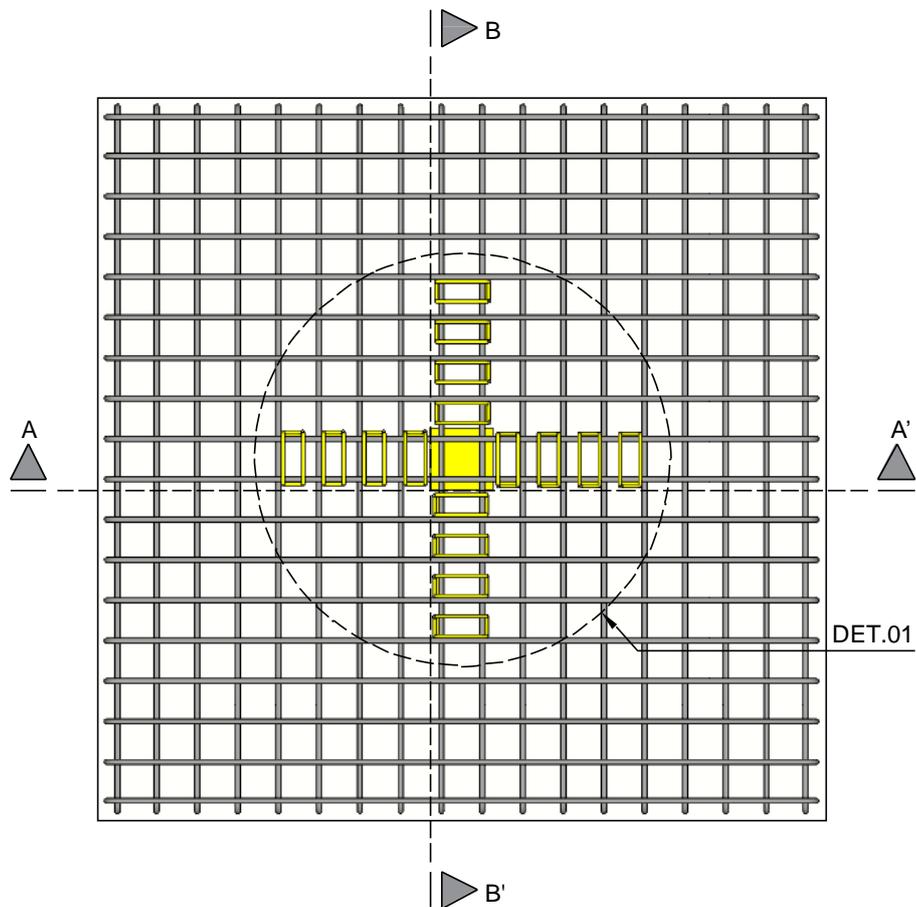


Figura 4.5 – Arranjo das armaduras transversais nas lajes L1 e L3

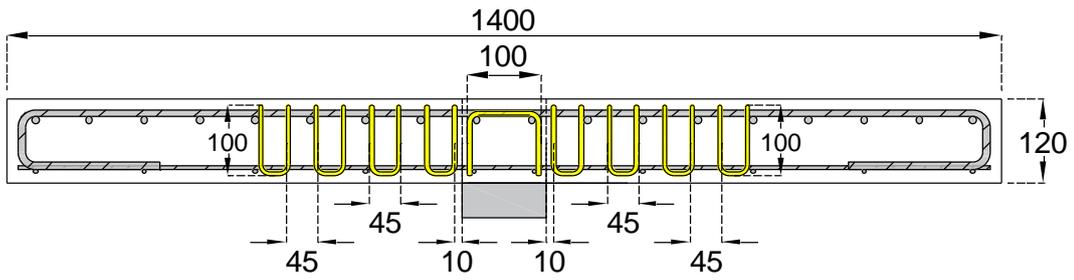


Figura 4.6 – Vista do corte A-A' nas lajes L1 e L3

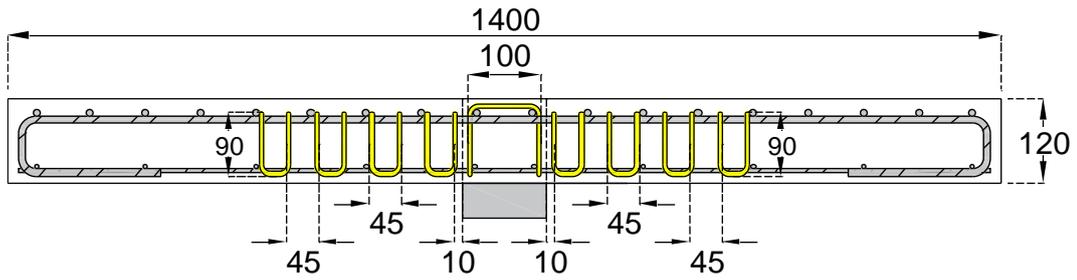


Figura 4.7 – Vista do corte B-B' nas lajes L1 e L3

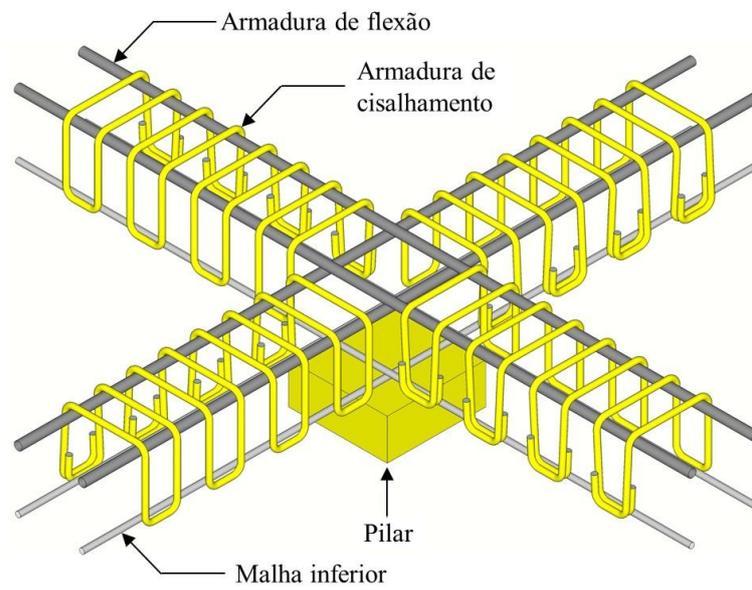


Figura 4.8 – DET. 01 (arranjo dos estribos perpendiculares)



Figura 4.9 – Laje L1 com estribos perpendiculares

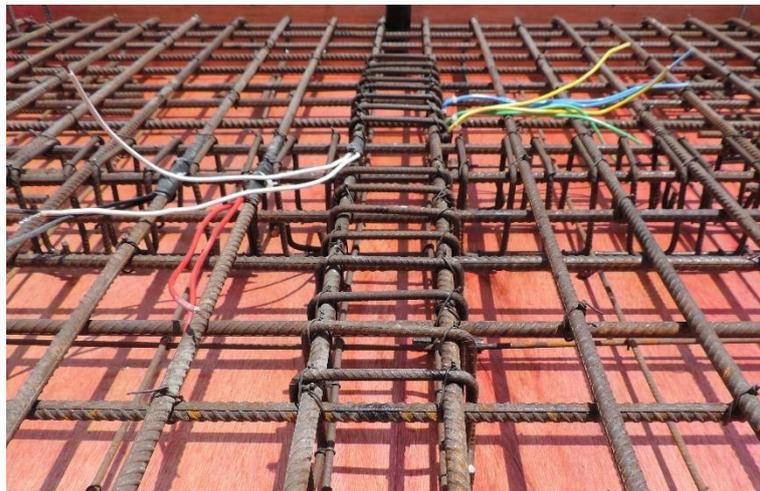


Figura 4.10 – Vista ampliada dos estribos na laje L1

#### 4.4.2 Estribo Inclinado a 60° com o Plano da Laje

Este estribo é a armadura de cisalhamento das lajes L2 e L4, o objetivo da inclinação é combater de forma eficiente o seguimento de uma eventual superfície de ruptura. A inclinação de 60° mantém as camadas dos estribos perpendiculares ao plano de ruptura. Os estribos são confeccionadas em dois diâmetros diferentes,  $\varnothing$  de 5,0 mm para a L1 e  $\varnothing$  de 6,3 mm para a L4, independentemente dessa variação de diâmetro, sua geometria e medidas externas mostradas na Figura 4.11 permanecem as mesmas. O primeiro perímetro ( $S_{t_0}$ ) está a uma distância de 30 mm da face do pilar e os seguintes são espaçados a cada 37 mm

( $S_t$ ). As Figura 4.12 a Figura 4.15 mostram o arranjo adotado para o posicionamento dos estribos inclinados, nota-se que para preservar o cobrimento inferior de 10 mm, os estribos ancorados na direção de menor altura útil têm sua altura reduzida em 10 mm. As Figura 4.16 e Figura 4.17 mostram as armaduras finalizadas e prontas para a concretagem.

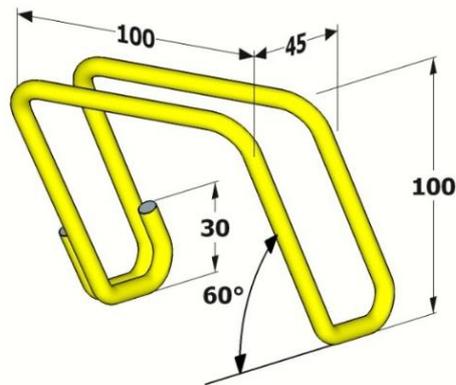


Figura 4.11 – Estribo inclinado

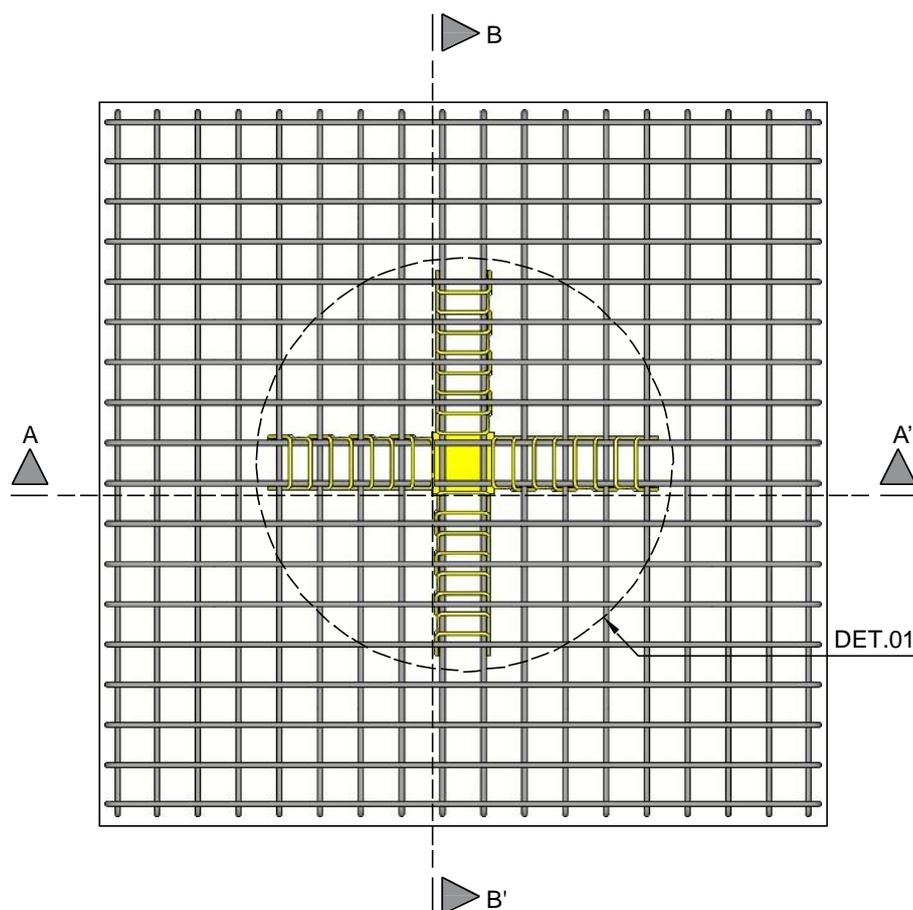


figura 4.12 – Arranjo das armaduras transversais nas lajes L2 e L4

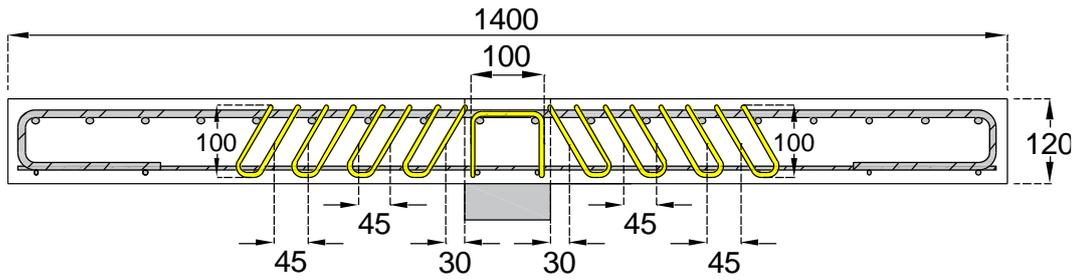


Figura 4.13 – Vista do corte A-A' nas lajes L2 e L4

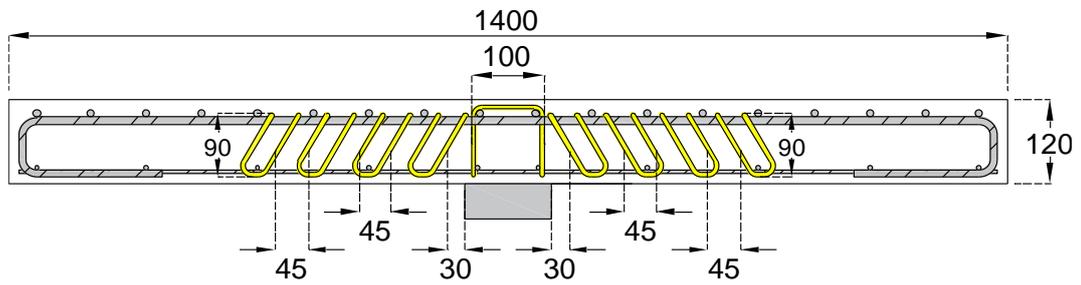


Figura 4.14 – Vista do corte B-B' nas lajes L2 e L4

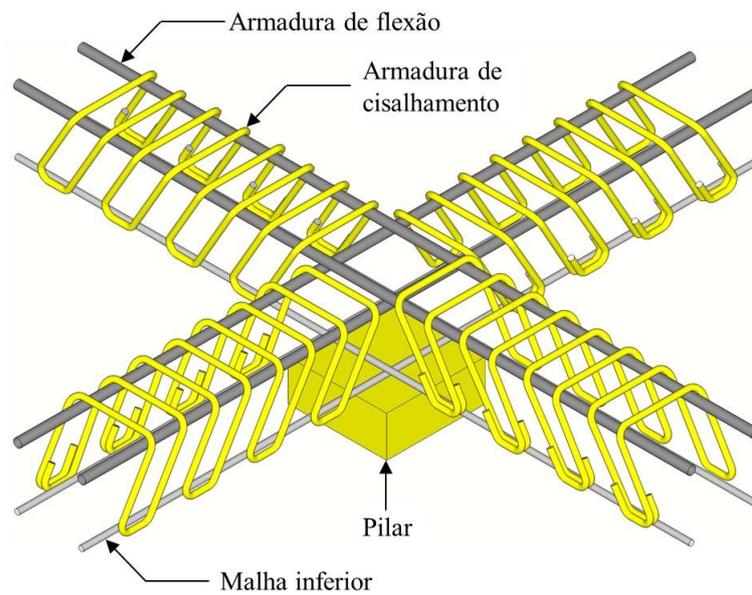


Figura 4.15 – DET. 01 (arranjo dos estribos inclinados)



Figura 4.16 – Laje L2 com estribos inclinados



Figura 4.17 – Vista ampliada dos estribos na laje L2

#### 4.5 INSTRUMENTAÇÃO

Para possibilitar a análise comparativa entre os resultados obtidos pelos modelos, todas as lajes foram instrumentadas de forma semelhante. As deformações do concreto e das armaduras são medidas por meio de extensômetros de resistência elétrica (EER). Já para monitorar os deslocamentos verticais são usados relógios comparadores digitais. A instrumentação em pontos específicos das lajes tem a finalidade de descrever como ela irá se comportar à medida que é submetida a um carregamento controlado e crescente.

#### 4.5.1 Armadura de Flexão

As medidas das deformações nas armaduras de flexão das lajes foram obtidas através de extensômetros elétricos de resistência da marca Excel Sensores, modelo PA-06-125AA-120L, com dimensões de 3,18 mm x 3,18 mm. Estes foram fixados na superfície lateral, a meia altura das barras, sendo posicionados estrategicamente conforme a Figura 4.18, que mostra as barras selecionadas para instrumentação. São monitorados três pontos da armadura de flexão em cada uma das lajes.

A escolha das barras na vizinhança da face do pilar se deve às elevadas tensões nessa região, a adoção da orientação tangencial do EER se justifica devido às tensões tangenciais se manifestarem dos primeiros aos últimos níveis de carregamento, enquanto que valores consideráveis de tensões radiais são verificados apenas em níveis mais elevados de carregamento.

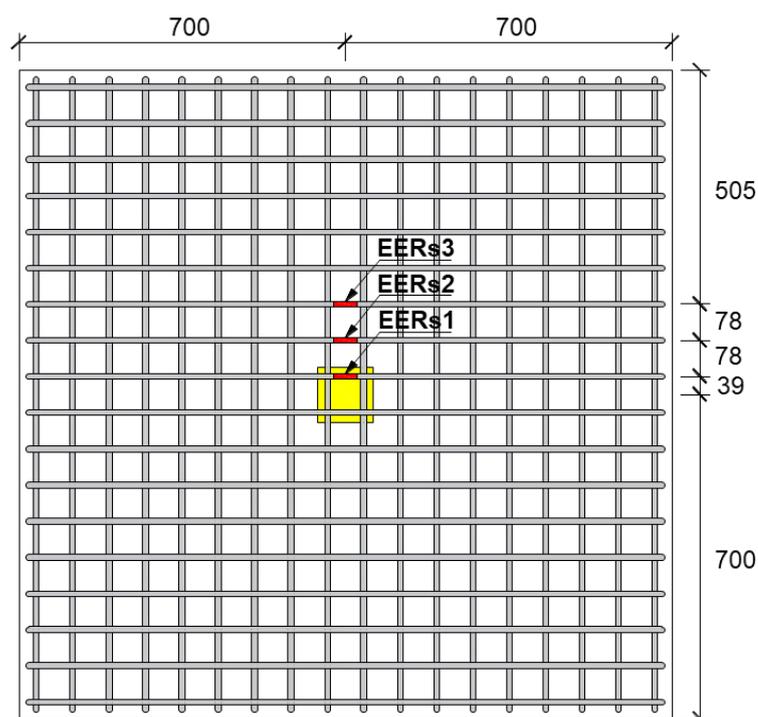


Figura 4.18 – Disposição dos extensômetros na armadura de flexão

#### 4.5.2 Armadura de Cisalhamento

Para medir as deformações nas armaduras de cisalhamento, as três primeiras camadas de estribos tiveram extensômetros fixados. Determinou-se essas camadas pelo fato de as

tensões na laje reduzirem à medida que se distanciam da área carregada. A superfície de ruptura por punção com armadura de cisalhamento pode se formar antes da primeira camada de estribos, ao longo das camadas, ou além da mais externa. Desta forma, não é possível afirmar que os estribos mais solicitados serão os da primeira camada. As figuras seguintes mostram detalhadamente o posicionamento adotado para os extensômetros.

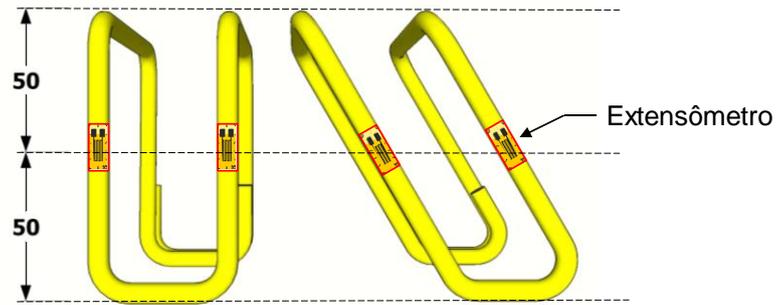


Figura 4.19 – Posicionamento dos extensômetros nos estribos

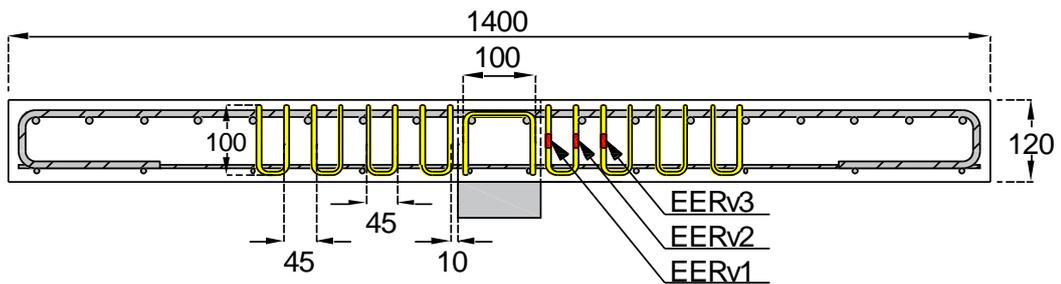


Figura 4.20 – Camadas de estribos perpendiculares monitoradas

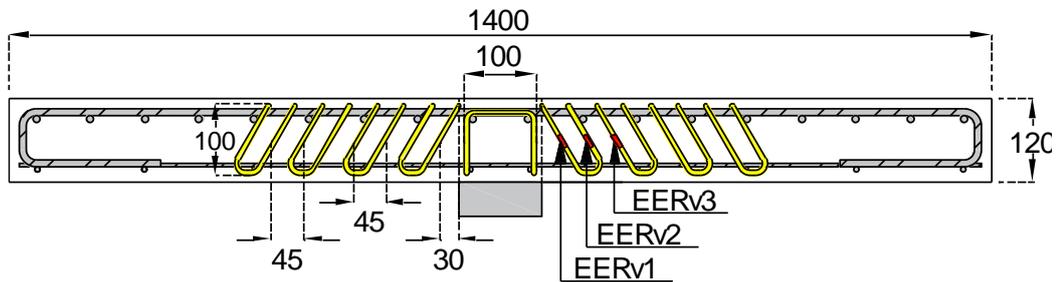


Figura 4.21 – Camadas de estribos inclinados monitorados

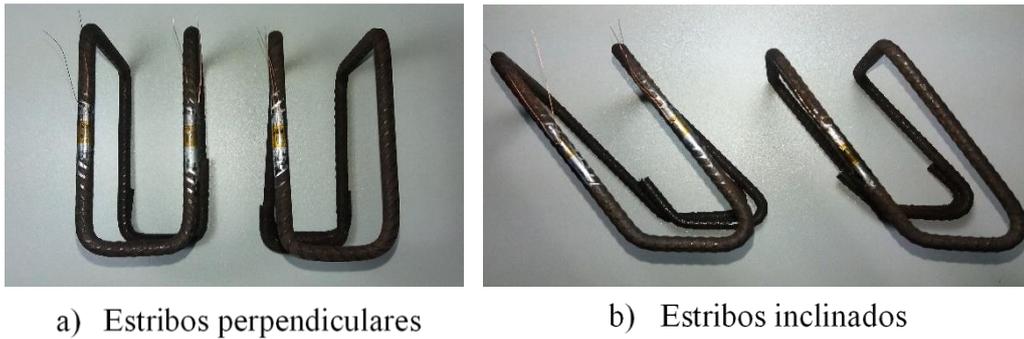


Figura 4.22 – Estribos após a fixação dos extensômetros

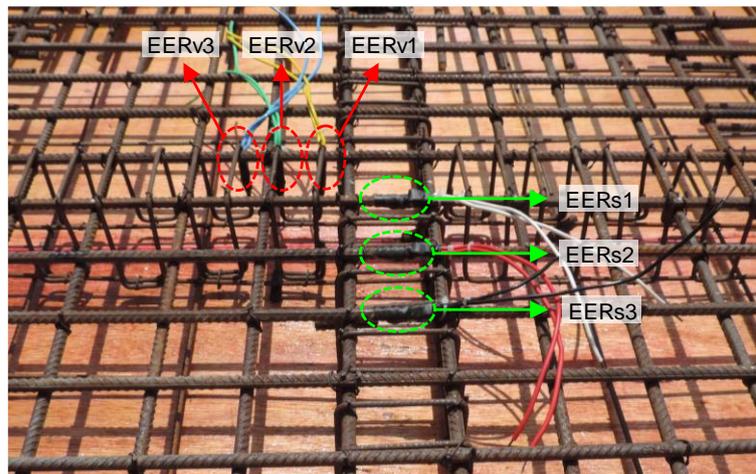


Figura 4.23 – Armadura monitorada

#### 4.5.3 Concreto

Para monitorar as deformações do concreto, na superfície inferior de cada laje foi posicionado um extensômetro elétrico de resistência da Excel Sensores, com grelha de dimensões de 51,1 mm x 2,03 mm – modelo PA-06-201BA-120L. Os extensômetros foram fixados na direção tangencial, pois em lajes lisas, as deformações tangenciais são mais elevadas que as radiais. Como mostra a Figura 4.24, o extensômetro foi posicionado a uma distância de 50 mm da face do pilar (aproximadamente  $d/2$ ), onde de acordo com as recomendações do Model Code (*fib*,2010), está dentro de uma região com elevadas concentrações de tensões.

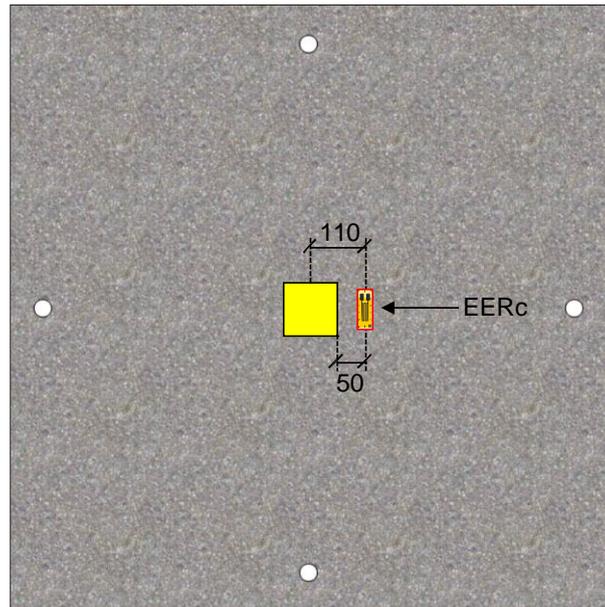


Figura 4.24 – Posicionamento do extensômetro na face inferior da laje

#### 4.6 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Na medição dos deslocamentos verticais das lajes durante os ensaios foram utilizados 5 deflectômetros digitais da Digimess – leitura máxima de 100 mm e precisão de 0,01 mm (Figura 4.25). Estes foram distribuídos na superfície superior das lajes em ambas as direções, longitudinal e transversal, e espaçados de acordo com a Figura 4.26. Para que os deslocamentos do sistema de ensaio não interferissem na medição dos deflectômetros, estes foram distribuídos e apoiados por suas bases magnéticas em superfícies independentes do sistema de ensaio, como mostra a Figura 4.27.



Figura 4.25 – Modelo de deflectômetro digital usado

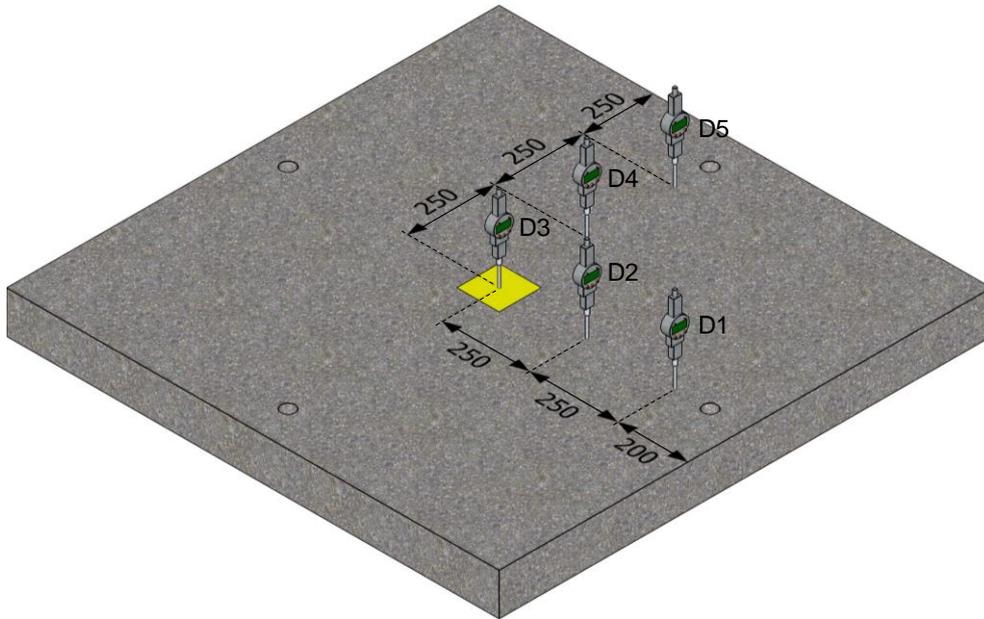


Figura 4.26 – Distribuição dos defletômetros nas lajes



Figura 4.27 – Posicionamento dos defletômetros nos ensaios

#### 4.7 SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio simula uma laje lisa bidirecional em concreto armado submetida a um carregamento concentrado simétrico de tal forma que solicite as quatro direções dos modelos. A estrutura do sistema consiste, primeiramente, em fixar 8 tirantes à laje de reação, peça responsável por absorver e transmitir o carregamento à laje ensaiada, uma vez posicionados os tirantes, são instalados perfis cilíndricos (roletes) com a função de sustentar a laje. O sistema adotado tornou necessária a utilização de vigas de transição para compatibilizar a fixação da laje ensaiada à laje de reação. Em seguida, quatro vigas metálicas de reação são posicionadas sobre a laje a ser ensaiada e fixadas com arruelas e porcas sobre uma chapa metálica nos tirantes, de forma a impedir o deslocamento da laje. As Figura 4.28 a Figura 4.31 ilustram o sistema de ensaio.

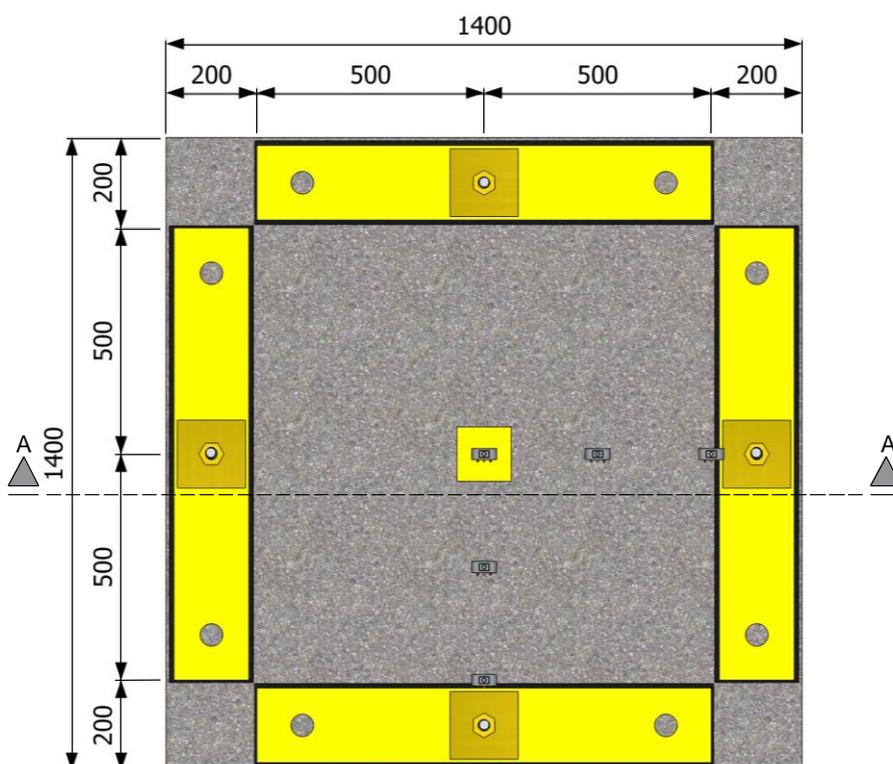


Figura 4.28 – Vista em planta do sistema de ensaio

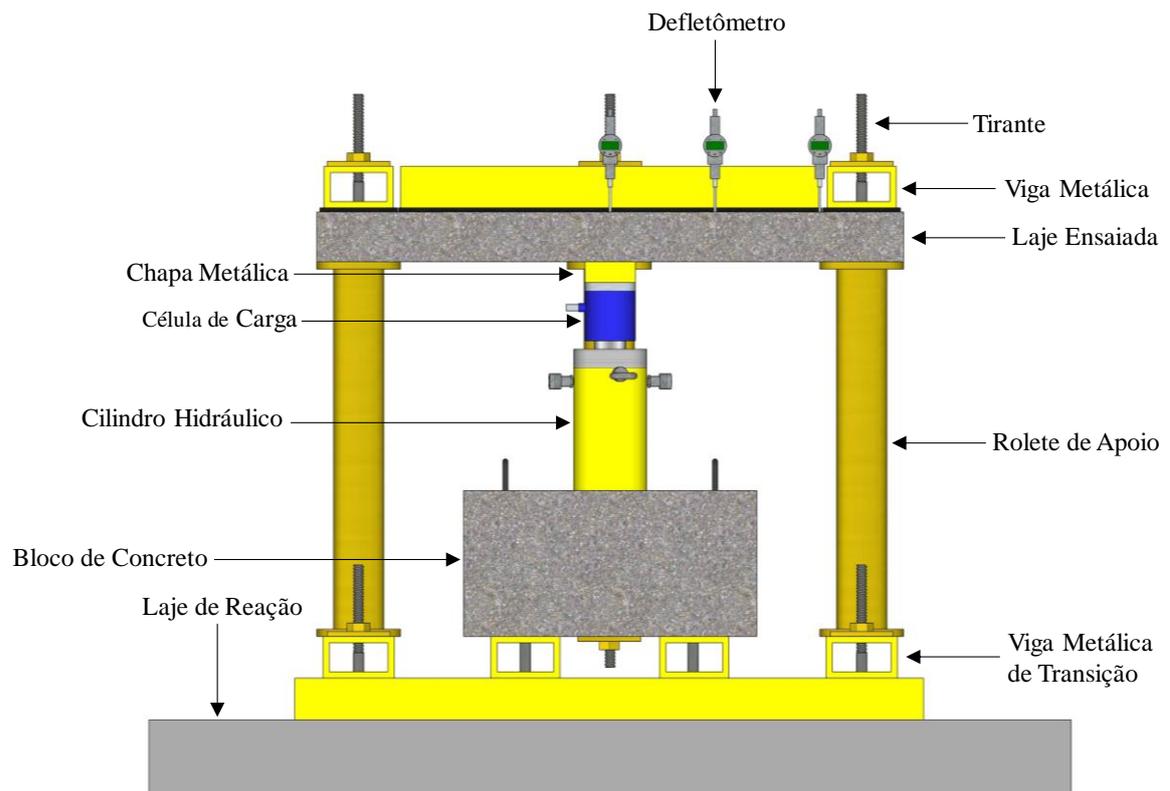


Figura 4.29 – Vista do corte A-A' do sistema de ensaio

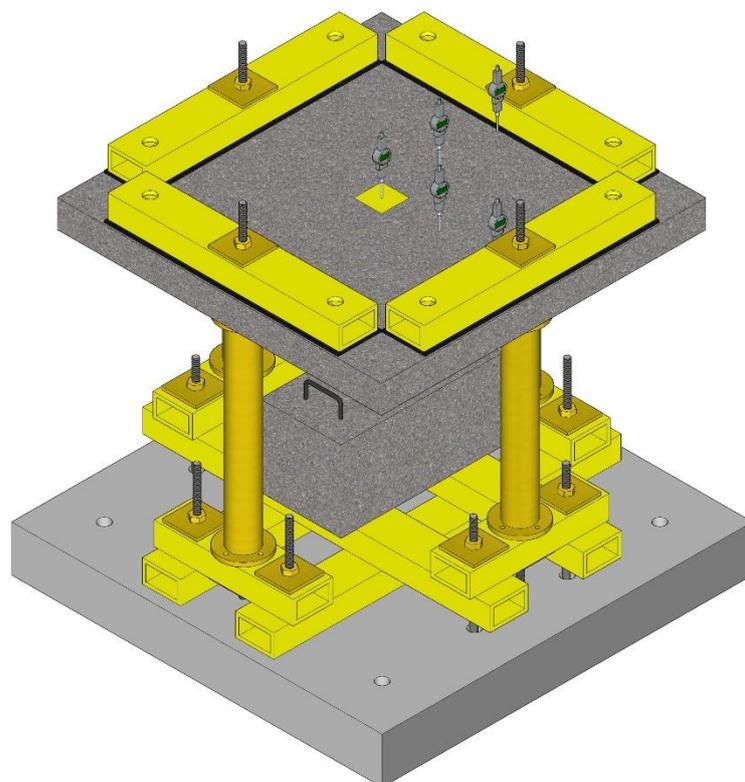


Figura 4.30 – Vista isométrica do sistema de ensaio



Figura 4.31 – Disposição do sistema de ensaio

#### 4.8 PROCESSO DE CARREGAMENTO

Todas as lajes foram ensaiadas com o mesmo processo de carregamento, o qual foi aplicado na direção vertical, de baixo para cima. Foram adotados passos de carga de 10 kN, a fim de se alcançar um número satisfatório de leituras para que os gráficos fossem representativos do comportamento das lajes. Entre cada passo de carga foram feitos intervalos médios de aproximadamente 2 minutos para a medição das deformações do aço e do concreto indicadas pelos extensômetros elétricos, das flechas da laje indicadas pelos deflectômetros, e também a identificação e mapeamento da fissuração.

Foram utilizados um cilindro hidráulico da marca Yellow Power®, modelo RRY1006, com capacidade de carga de 1.000 kN, este foi acoplado a uma bomba hidráulica para seu acionamento. Para medir a intensidade do carregamento usou-se uma célula de carga de coluna fabricada pela empresa Alfa Instrumentos Eletrônicos Ltda., modelo C100T, com capacidade para 1.000 kN e precisão de 1 kN, trabalhando juntamente com o indicador

digital da Alfa Instrumentos Eletrônicos Ltda., modelo 3105. Uma placa metálica com dimensões de 120 mm x 120 mm e 42 mm de espessura, foi colocada diretamente em contato com o fundo da laje para simula a seção de um pilar. Os equipamentos utilizados para a aplicação de carga são mostrados na Figura 4.32, e o sistema de carregamento na Figura 4.33.



a) Bomba hidráulica      b) Indicador digital      c) Célula de carga      d) Cilindro hidráulico

Figura 4.32 – Equipamentos utilizados para aplicação e monitoramento da carga



Figura 4.33 – Sistema de aplicação de carregamento no ensaio

## 5 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

### 5.1 AÇO

As barras de aço utilizadas na confecção das lajes foram da classe CA-50 ( $\phi$  6,3 mm, e  $\phi$  10,0 mm) e CA-60 ( $\phi$  5 mm). As propriedades mecânicas definidas à temperatura ambiente foram determinadas conforme a NBR 7480 (ABNT, 1996) e a NBR 6892 (ABNT:2013), sendo que para o ensaio de tração axial, foram ensaiadas três amostras para cada diâmetro estudado. O valor estabelecido para a tensão de escoamento foi aquele observado para a média dos 3 corpos de prova ensaiados, valor este que foi plotado nos gráficos da Figura 5.1. A partir da relação *tensão x deformação* média, foram determinados os valores das tensões de escoamento ( $f_{ys}$ ), deformação de escoamento ( $E_s$ ) e o módulo de deformação ( $\epsilon_{ys}$ ) do aço, conforme a Tabela 5.1.

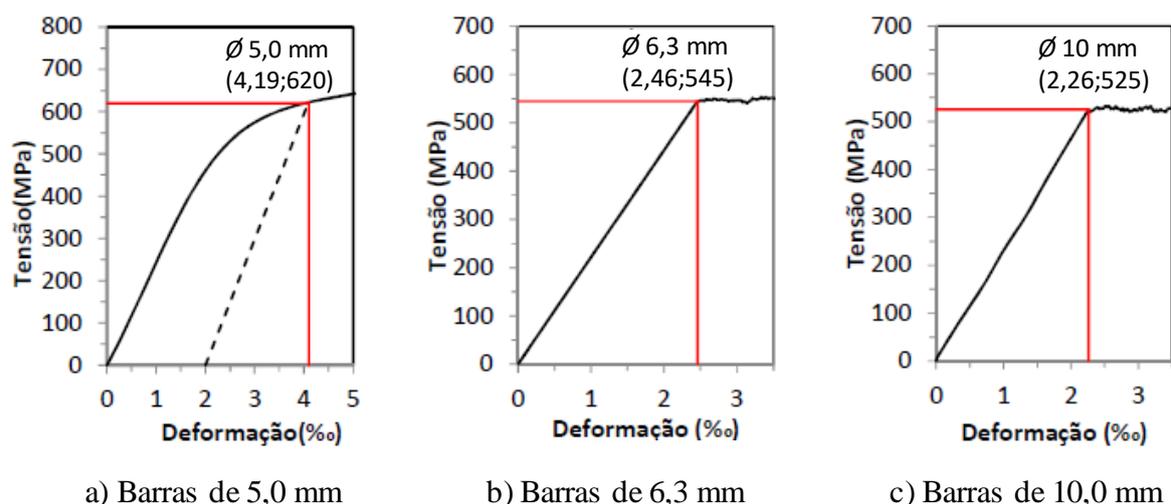


Figura 5.1 – Relação *tensão x deformação* (curva média) das barras de aço

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas das armaduras (valores médios)

$\phi$ (mm)	Aplicação	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
5,0	Armadura de cisalhamento	4,19	620	283
6,3	Armadura de cisalhamento e malha inferior	2,46	545	221
10,0	Armadura de flexão	2,26	525	233

## 5.2 CONCRETO

Para a moldagem das 5 lajes utilizou-se concreto usinado adquirido junto a uma central de fornecimento, o valor para a resistência do concreto foi especificado em 30 MPa aos 28 dias com abatimento (*slump*) de  $10 \pm 2$  mm. Foi realizado o ensaio de abatimento do tranco de cone (Figura 5.2) seguindo as recomendações da norma NBR NM 67 (ABNT, 1998) e o mesmo apresentou o abatimento especificado.



Figura 5.2 – Ensaio de abatimento do tronco de cone

Foram moldados 15 corpos de prova cilíndricos medindo 100 mm de altura e 200 mm de diâmetro, onde foram destinados 9 corpos-de-prova ao ensaio de compressão simples conforme a NBR 5739 (ABNT, 2007), 3 para o ensaio de compressão diametral, seguindo as recomendações da NBR 7222 (ABNT, 2011) e 3 corpos-de-prova de para o ensaio de determinação do módulo de elasticidade do concreto, de acordo com a NBR 8522 (ABNT, 2008).



Figura 5.3 – corpos de prova moldados

O concreto foi lançado nas formas das lajes e adensado com o auxílio de um vibrador mecânico do tipo agulha. Em seguida a superfície foi regularizada com régua de alumínio e desempenadeiras para que a superfície ficasse a menos rugosa possível afim de facilitar o

mapeamento das fissuras durante os ensaios. A Figura 5.4 mostra as etapas de concretagem descritas. O processo de cura das 5 lajes se deu com a utilização do método do revestimento saturado. Este foi iniciado após 4 horas da finalização da concretagem e se deu ao longo dos primeiros 7 dias, 3 vezes ao dia.



Figura 5.4 – Concretagem das lajes

Os ensaios de tração por compressão diametral, compressão axial e módulo de elasticidade (Figura 5.5) foram realizados no dia do ensaio das lajes. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Engenharia Civil da UFPA, e os resultados apresentados na Tabela 5.2, foram obtidos das médias dos corpos de provas.



Figura 5.5 – Ensaio para determinação das propriedades mecânicas do concreto

Tabela 5.2 – Propriedades mecânicas do concreto

Lajes	Idade (dias)	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
LR	46	30,7	2,9	31,2
L1				
L2				
L3				
L4				

## 6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo é apresentada uma análise com base nos resultados da investigação experimental das lajes que fizeram parte da pesquisa. O monitoramento realizado obteve dados sobre a deflexão das lajes, comportamento do concreto, das armaduras de flexão e cisalhamento, mapas de fissuração, cargas últimas observadas, acréscimo de resistência devido à armadura de cisalhamento, localização e tipo de ruptura.

### 6.1 DESLOCAMENTO VERTICAL DAS LAJES

O deslocamento vertical das lajes ( $\delta$ ) foi monitorado por meio de 5 deflectômetros conforme detalhado no capítulo 4 e apresentado novamente na Figura 6.1. As medições se estenderam até o passo de carga anterior ao de ruptura, onde os deflectômetros foram desafixados do sistema de ensaio com o intuito de preservar esse equipamento. As curvas de carga-deslocamento em relação ao centro das lajes medidas pelo deflectômetro D3 são apresentadas na Figura 6.2, onde verifica-se que em uma fase inicial, o aumento da carga ocorre sem que se observe deslocamentos significativos, apresentando os modelos um comportamento semelhante entre si durante os primeiros passos de carga.

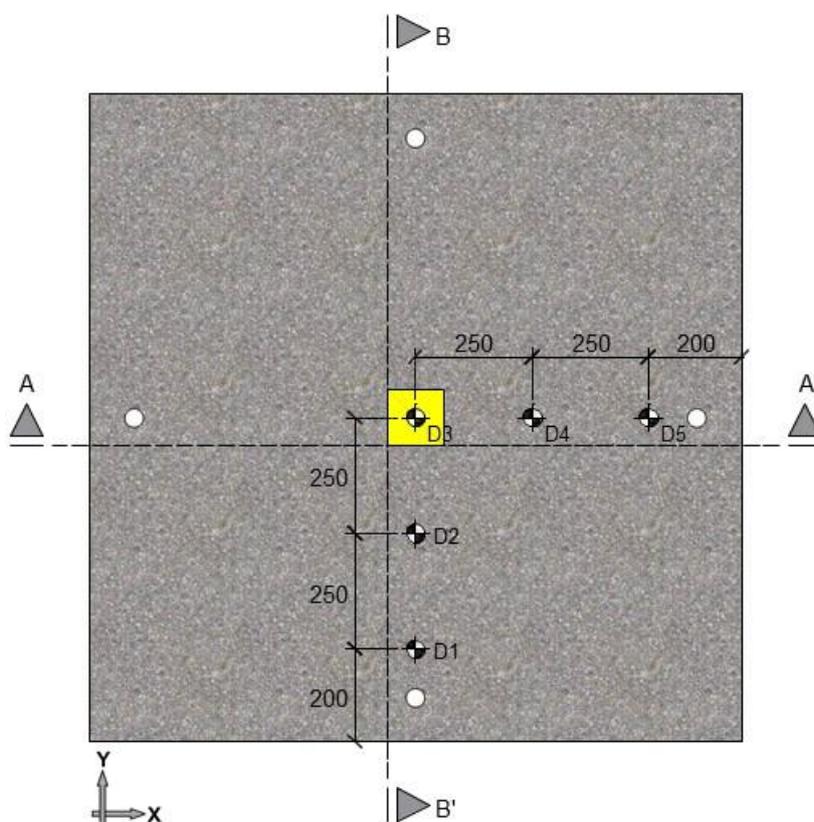


Figura 6.1 – Disposição em planta dos deflectômetros

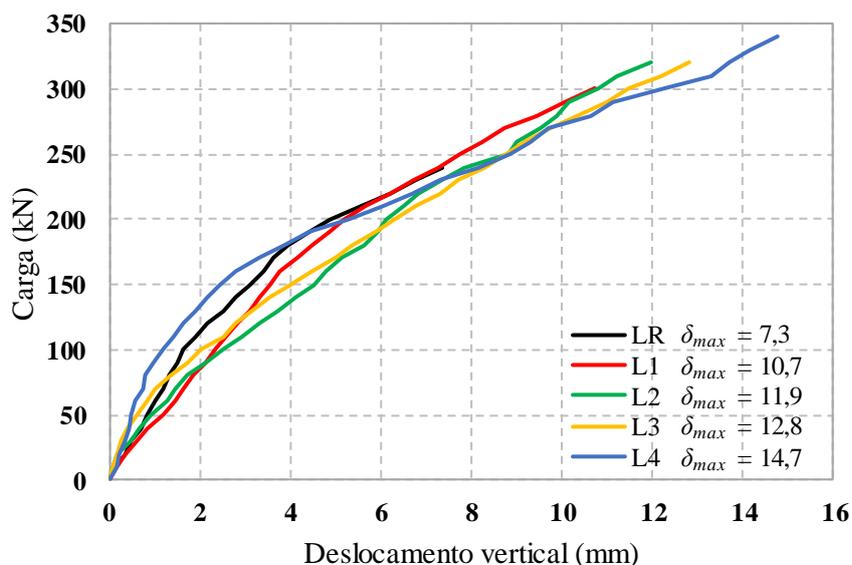


Figura 6.2 – Curva de carga-deslocamento no centro das lajes (deflectômetro D3)

Na laje sem armadura de cisalhamento (LR), após o início da fissuração, os deslocamentos aumentam e desenvolvem-se de forma aproximadamente constante até a ruptura da laje, que ocorre de forma brusca. Nas lajes com armadura de cisalhamento observa-se, nas proximidades da carga de ruptura, uma fase em que os deslocamentos se tornam mais intensos mesmo com o crescimento do carregamento mantendo-se constante. Esse comportamento é mais evidente quanto maior for a taxa de armadura de cisalhamento da laje.

Em uma análise geral, as lajes que atingiram cargas de ruptura mais elevadas também registraram maiores deslocamentos verticais em sua ruptura. Porém para as lajes com armadura inclinada, L2 e L4, quando comparadas com os modelos com armadura perpendicular com a mesma taxa de armadura respectivamente, L1 e L3, nota-se que a armadura inclinada proporcionou uma capacidade de deformação maior para os mesmos níveis de carregamento.

A Tabela 6.1 apresenta os deslocamentos máximos medidos no centro das lajes, o deslocamento na laje de referência (LR), sem armadura de cisalhamento, foi de 7,3 mm. Para a laje com armadura de cisalhamento perpendicular ao plano da laje com diâmetro de 5 mm (L1), o deslocamento foi de 10,7 mm, um ganho de 46% quando comparado com a LR. Para a laje com armadura de cisalhamento inclinada à 60° e diâmetro de 5,0 mm (L2), o deslocamento foi de 11,9 mm, um ganho de 63% quando comparadas a LR. Na laje com

armadura de cisalhamento perpendicular ao plano da laje e diâmetro de 6,3 mm (L3), o deslocamento foi de 12,8 mm, um ganho de 74%. Para a laje com armadura de cisalhamento inclinada à 60° e diâmetro de 6,3 mm (L2), o deslocamento foi de 14,7 mm, um ganho de 100% quando comparada à LR.

Tabela 6.1 – Deslocamentos verticais máximos no centro das lajes

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw}/$ camada (mm) <sup>2</sup>	N° de camadas	$\delta_{m\acute{a}x}$ (mm)	$P_u$ (kN)
LR	95	1,06	30,7	–	–	–	–	7,3	242,0
L1				5,0	90°	160	8	10,7	302,5
L2				5,0	60°	160		11,9	329,0
L3				6,3	90°	252		12,8	330,0
L4				6,3	60°	252		14,7	339,0

As Figura 6.3 a Figura 6.12 ilustram o perfil dos deslocamentos verticais ao longo do carregamento, desde o início até o passo de carga anterior ao de ruptura em intervalos de 20kN. A linha contínua representa a leitura dos deflectômetros, já a linha tracejada, é uma estimativa do deslocamento vertical, pois essa região não foi monitorada. Nos gráficos pode-se observar que as deformações aumentam à medida que o carregamento aumenta, e que essas deformações são maiores do centro para as bordas da laje. Percebe-se também que as deformações são maiores ao longo do trecho de menor altura útil (eixo X). A Figura 6.13 mostra as curvas de deformações em função direta do carregamento.

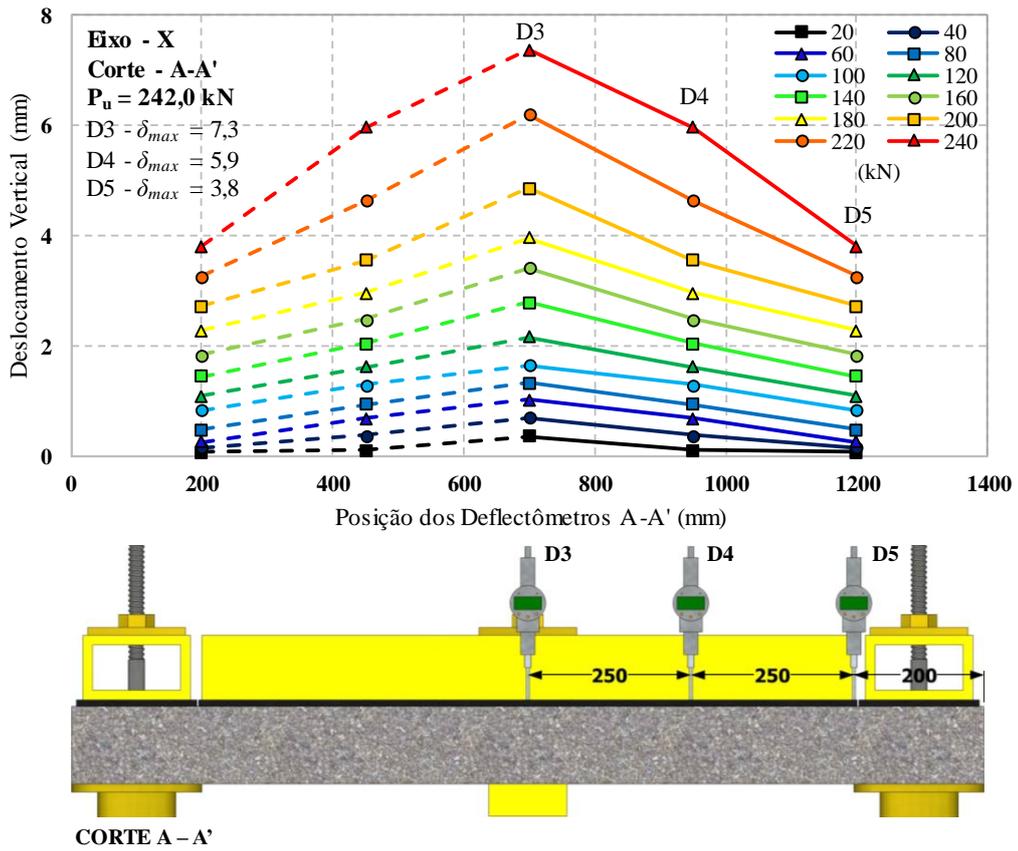


Figura 6.3 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo X

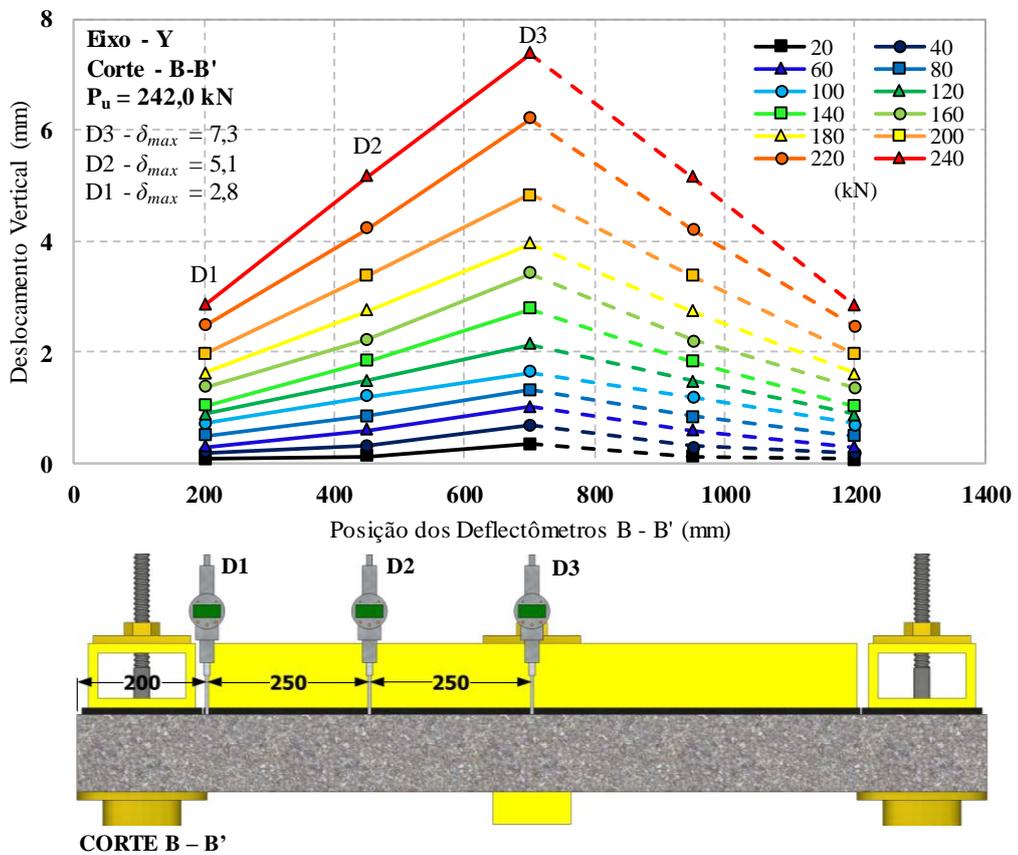


Figura 6.4 – Deslocamento vertical da laje LR no eixo Y

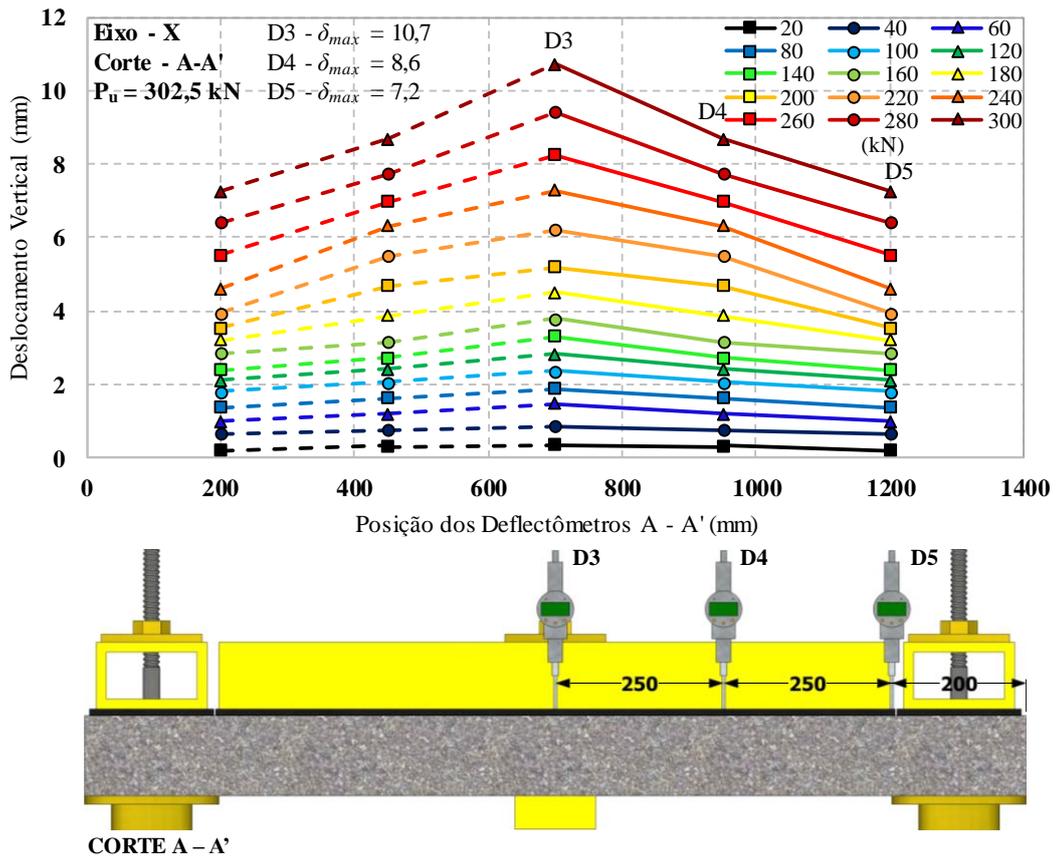


Figura 6.5 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo X

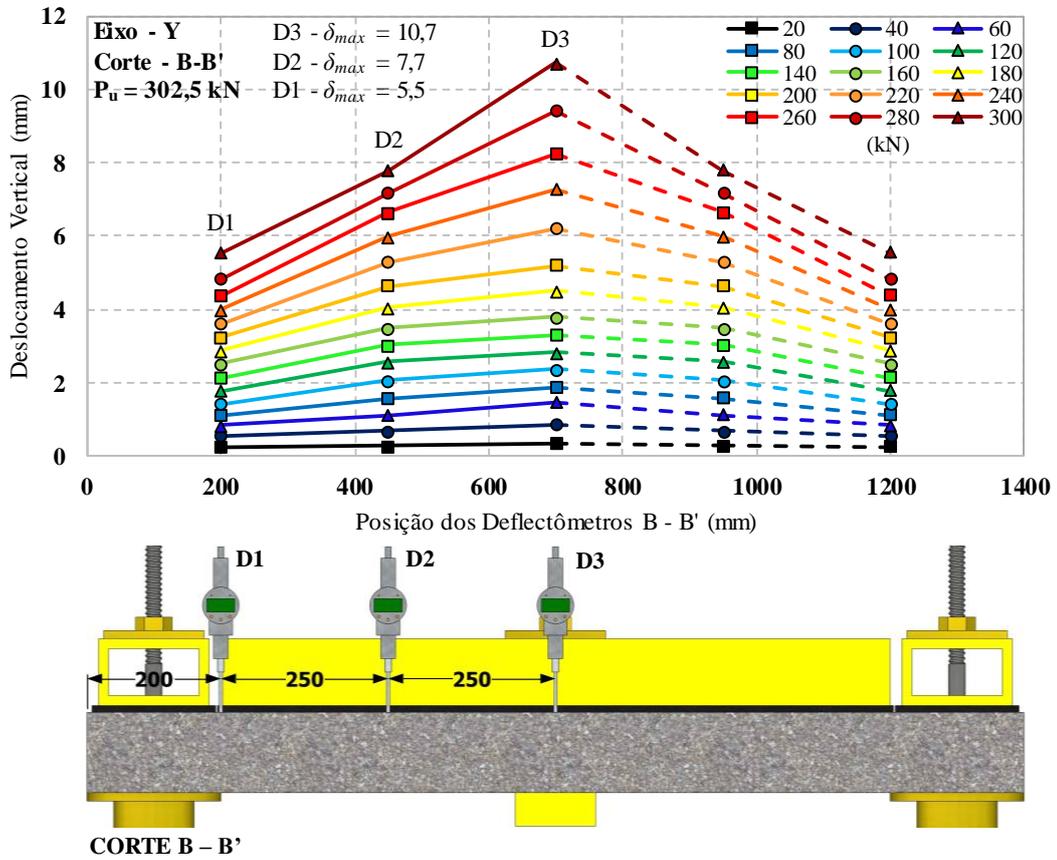


Figura 6.6 – Deslocamento vertical da laje L1 no eixo Y

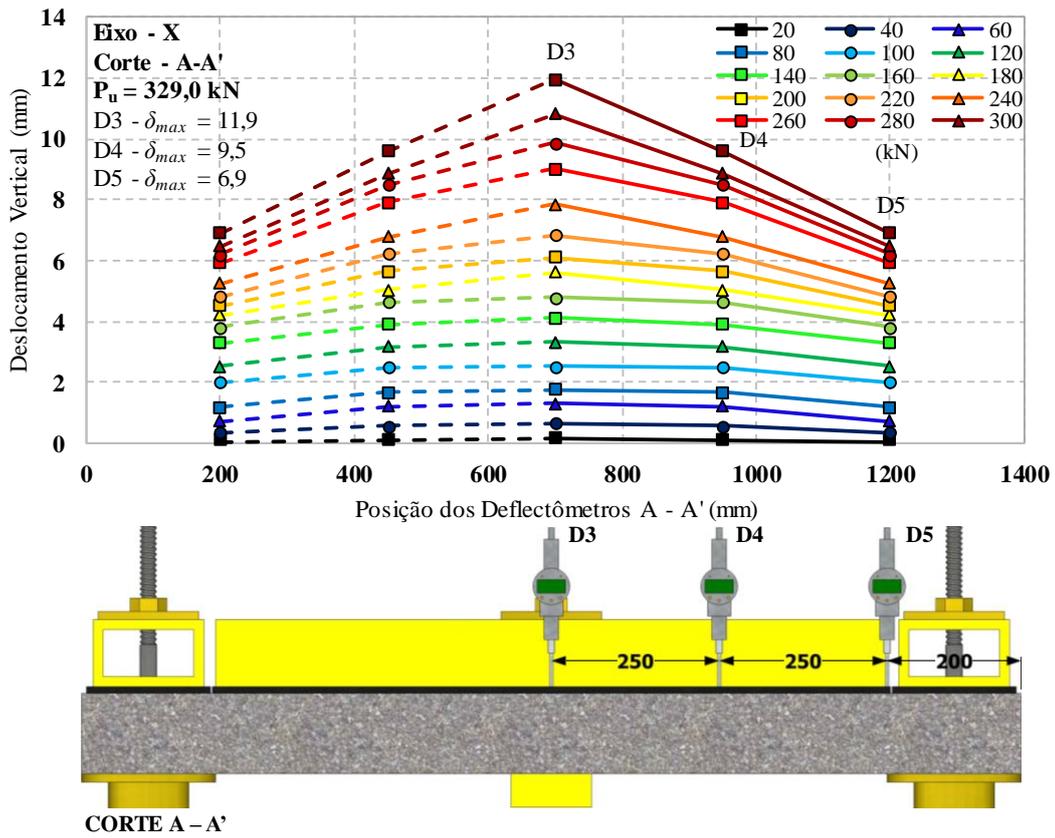


Figura 6.7 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo X

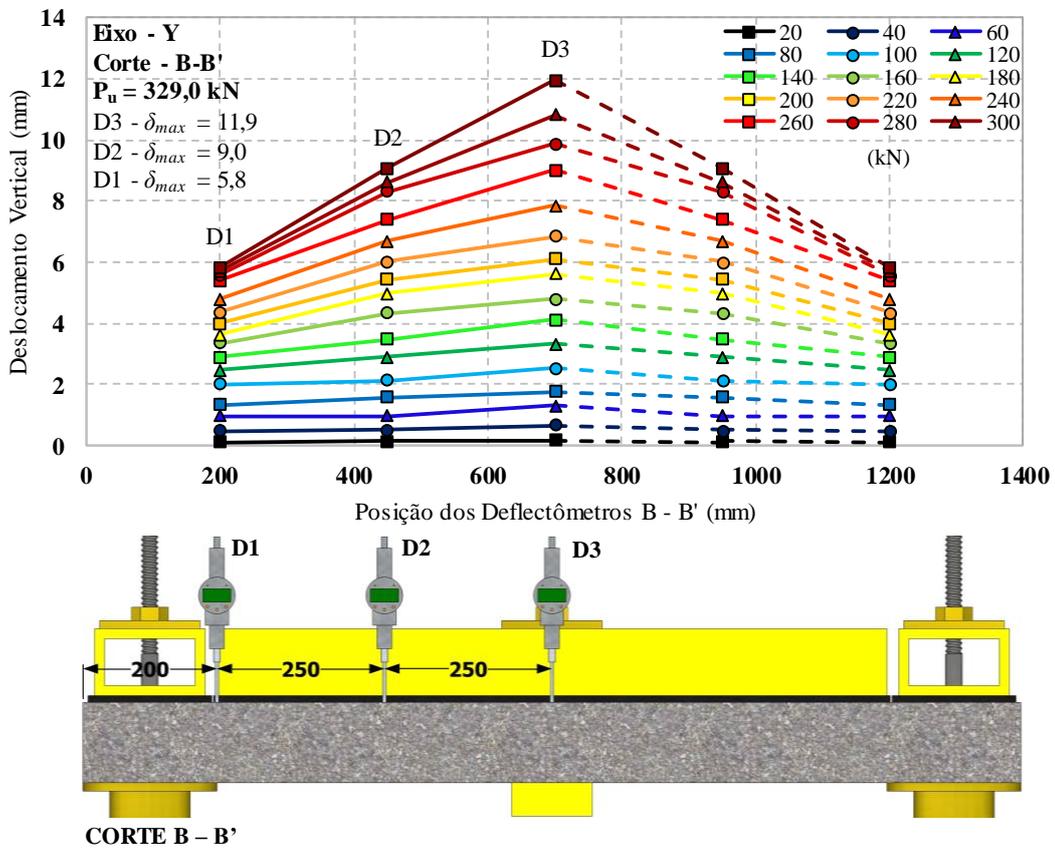


Figura 6.8 – Deslocamento vertical da laje L2 no eixo Y

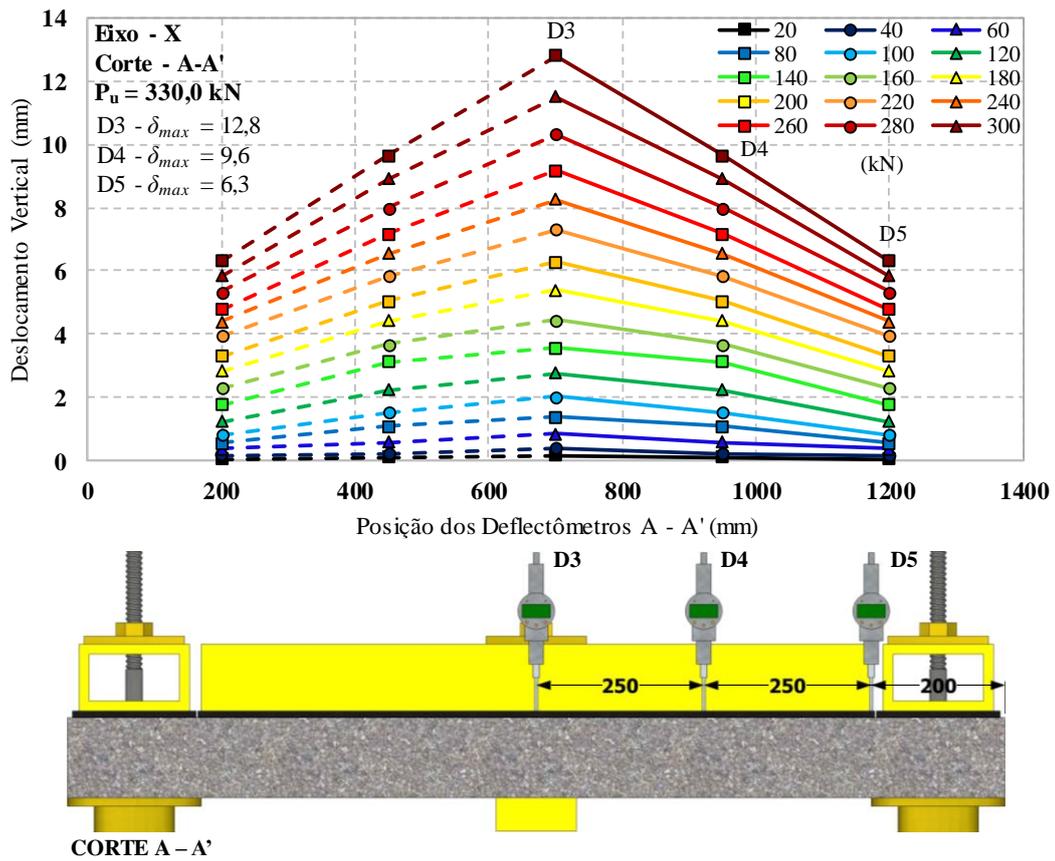


Figura 6.9 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo X

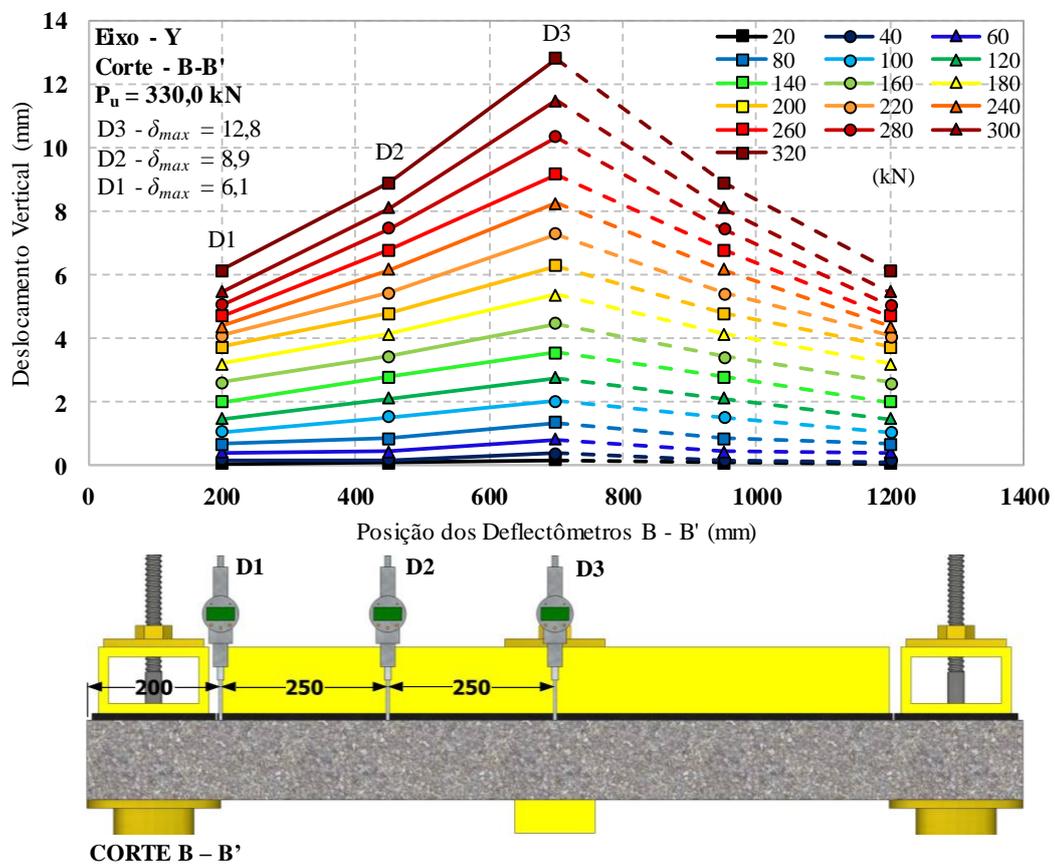


Figura 6.10 – Deslocamento vertical da laje L3 no eixo Y

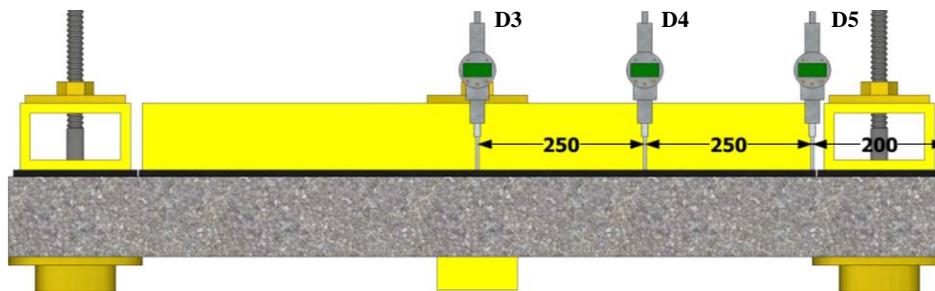
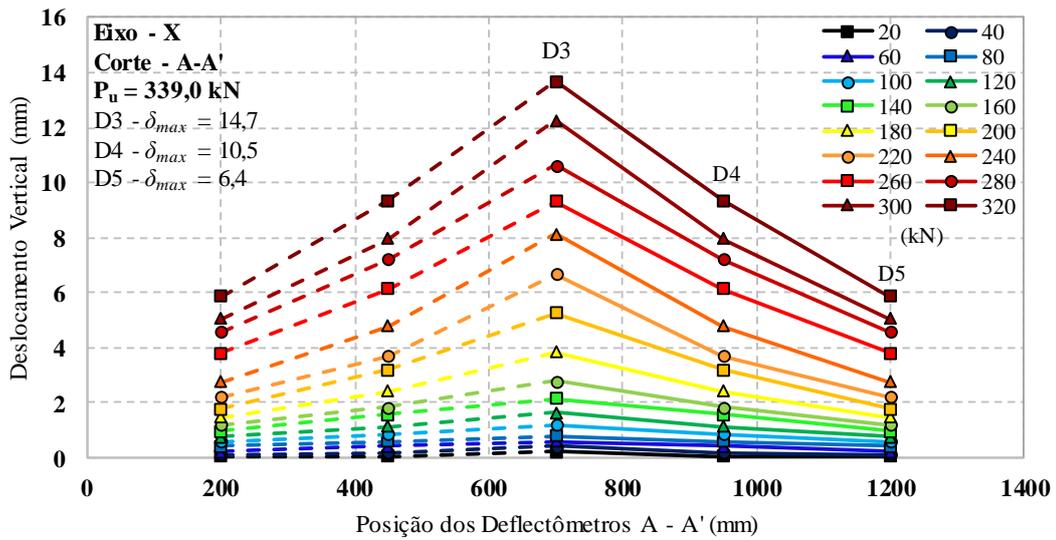


Figura 6.11 – Deslocamento vertical da laje L4 no eixo X

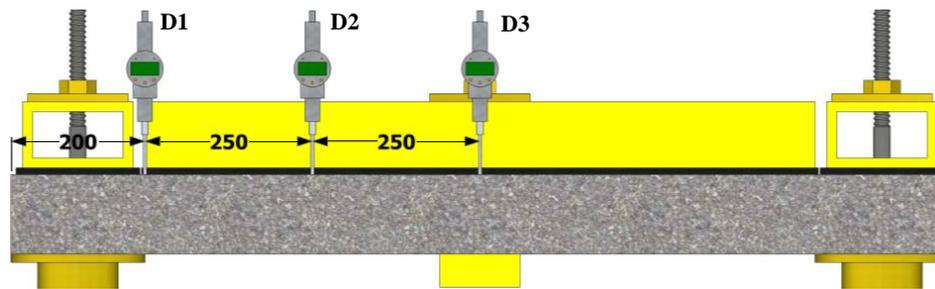
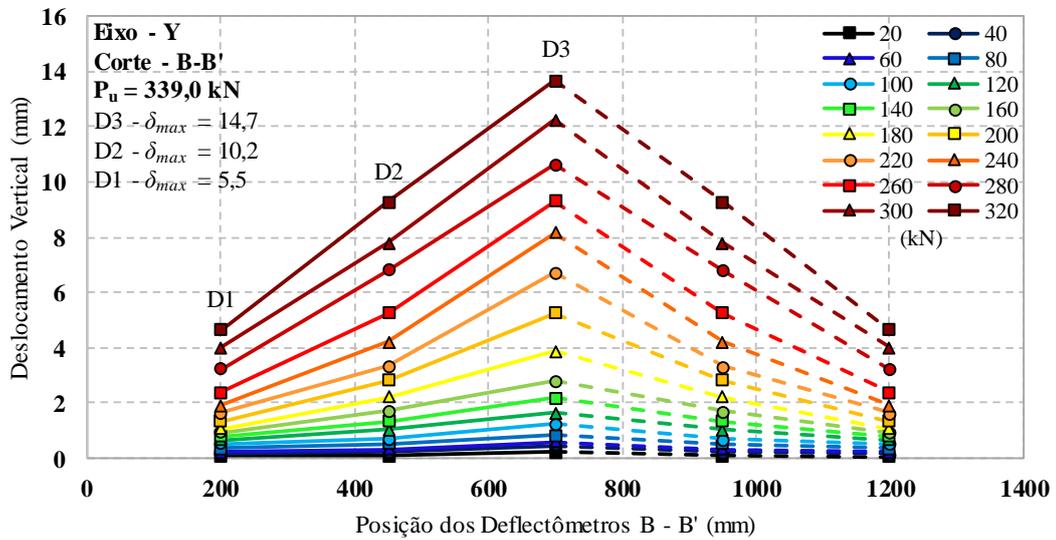
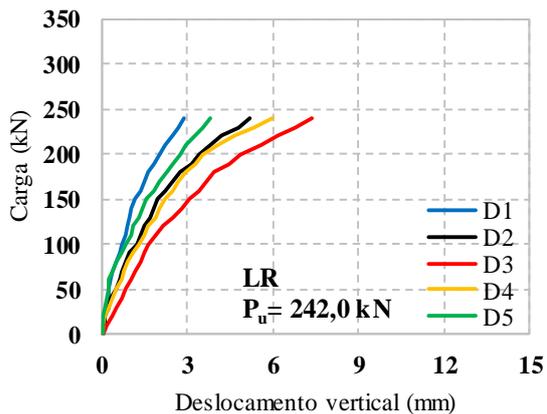
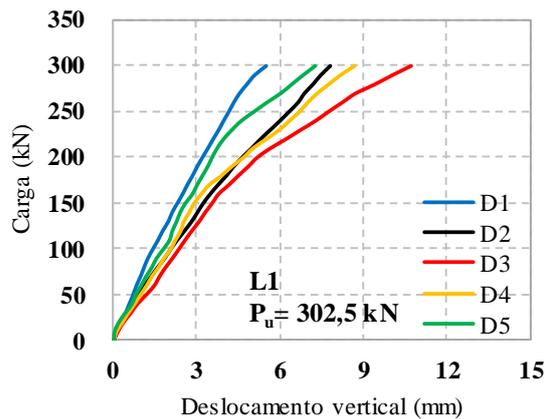


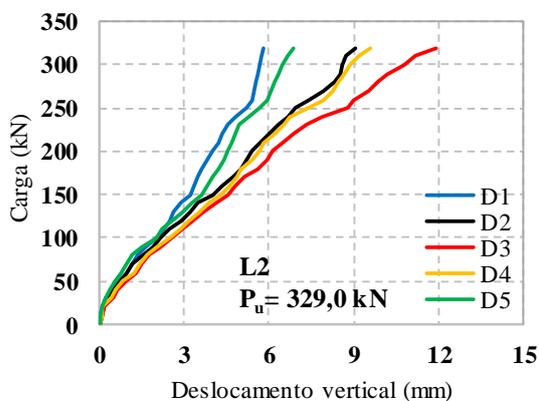
Figura 6.12 – Deslocamento vertical da laje L4 no eixo Y



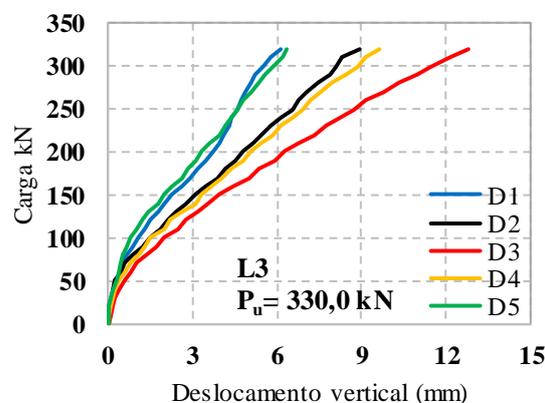
a) Carga – deslocamento LR



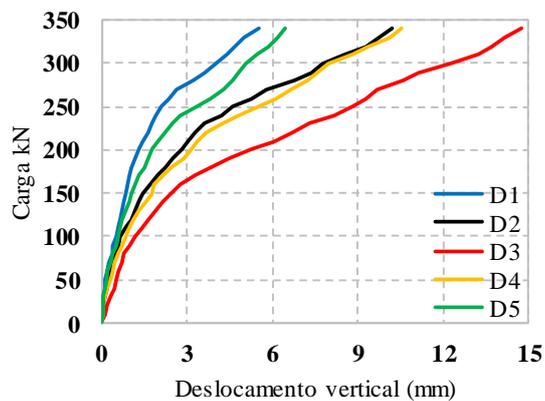
b) Carga – deslocamento L1



c) Carga – deslocamento L2



d) Carga – deslocamento L3



e) Carga – deslocamento L4

Figura 6.13 – Curvas de carga-deslocamento das lajes

## 6.2 DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

A deformação no concreto foi medida por meio de um extensômetro de resistência elétrica posicionado na face inferior de cada laje à uma distância de 50 mm da face do pilar. A direção adotada visou observar as deformações tangenciais, conforme detalhado no capítulo 4. A Figura 6.14 mostra o comportamento na superfície do concreto para as lajes ensaiadas. Percebe-se que em níveis elevados de carregamento, todas as lajes apresentaram em sua superfície inferior deformações tangenciais superiores à do esmagamento do concreto, tomada como 3,5 %, caracterizando a ruptura destas também como flexão. O gráfico mostra que as deformações para os modelos com armadura de cisalhamento inclinada, L2 e L4, são maiores para o mesmo carregamento, que para seus respectivos modelos com armadura transversal, L1 e L3.

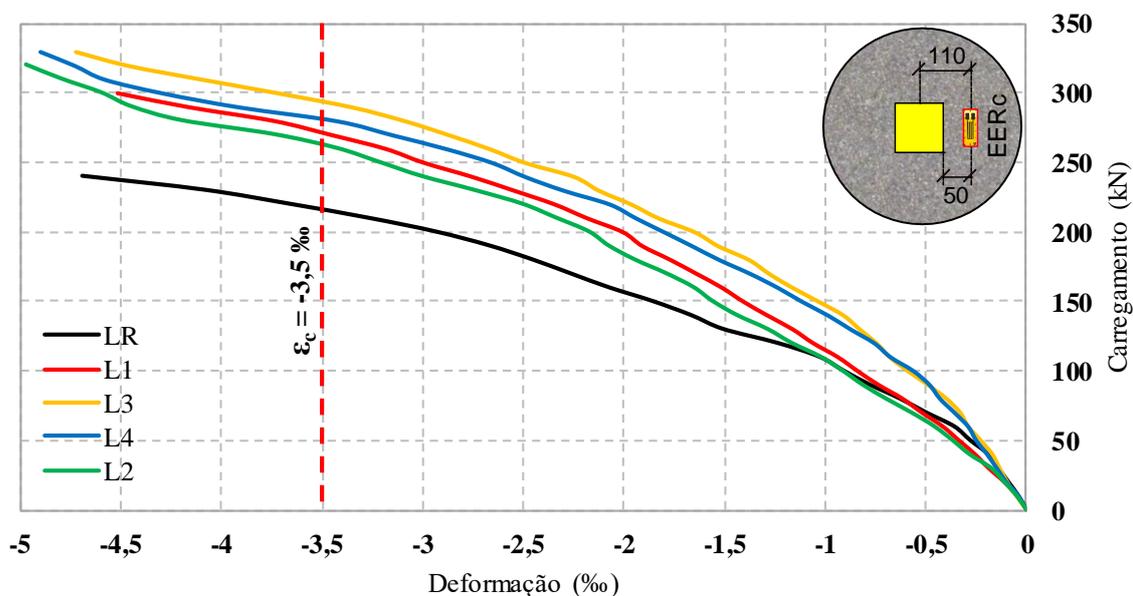


Figura 6.14 – Deformação tangencial do concreto nas lajes ensaiadas

Tabela 6.2 – Deformações máximas de compressão no concreto

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{\text{Estribos}}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw} / \text{Cam.}$ (mm) <sup>2</sup>	$\epsilon_{c,max}$ (‰)	$P_u$ (kN)
LR	95	1,06	30,7	–	–	–	4,69	242,0
L1				5,0	90°	160	4,51	302,5
L2				5,0	60°	160	4,87	329,0
L3				6,3	90°	252	4,73	330,0
L4				6,3	60°	252	4,91	339,0

### 6.3 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO

Para avaliar as deformações da armadura de flexão foram monitorados 3 pontos próximos à área carregada, conforme detalhado no Capítulo 4. A Figura 6.15 mostra o gráfico onde são representadas as deformações da barra mais próxima ao pilar em todas as lajes até as proximidades da carga de ruptura, percebe-se que no início do carregamento as deformações seguem próximas até que começam a divergir entre si, porém, com o crescimento do carregamento, nota-se que para os mesmos níveis, as deformações nas lajes com armadura de cisalhamento são menores quando comparadas à laje de referência (LR).

A utilização da armadura de punção proporcionou um melhor rendimento para as armaduras de flexão por aliviar a concentração de tensões. No tocante a influência da inclinação da armadura de cisalhamento em relação a deformação das barras longitudinais, não se verificou uma variação significativa quanto a influência da inclinação da armadura, pois para um modelo com estribos perpendiculares, quando comparado ao modelo com estribos inclinado de mesmo diâmetro, as deformações são próximas.

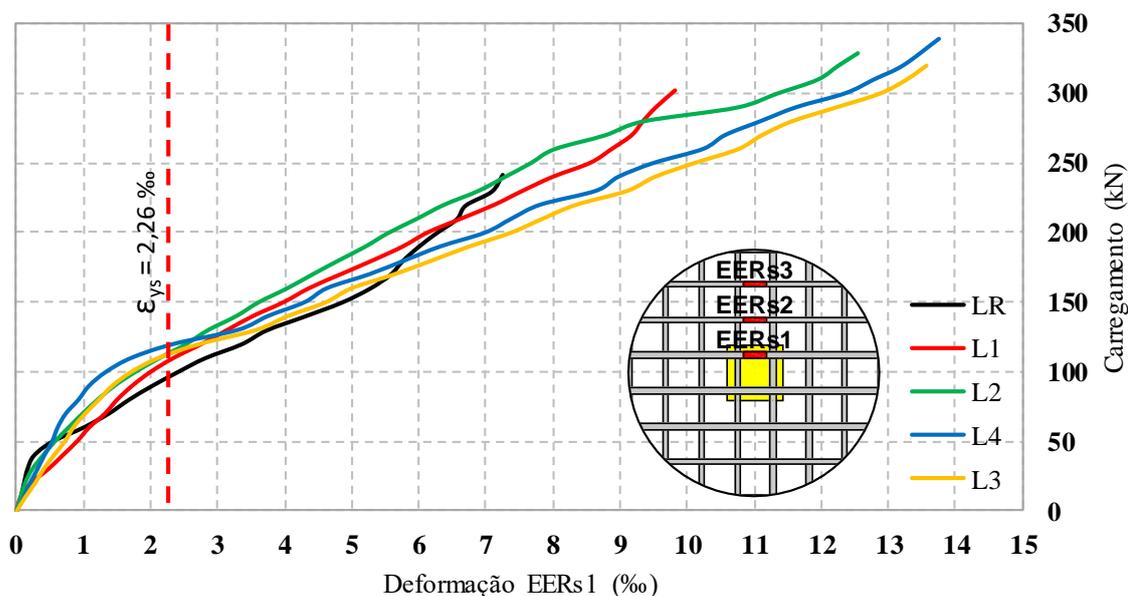


Figura 6.15 – Deformações na armadura longitudinal em toda as lajes no EERs1

De forma geral, as deformações em cada barra aumentam com o acréscimo de carregamento, a Tabela 6.3 apresenta as deformações máximas da armadura de flexão de cada modelo que foram registradas no extensômetro EERs1, nota-se que as maiores deformações são registradas nas lajes que alcançaram maior carga de ruptura. As Figura 6.16 a Figura 6.20 mostram, em intervalos de 40 kN, as deformações nos três pontos monitorados em cada laje,

percebe-se que com o aumento da distância radial, menores são as tensões verificadas. Todas as três barras monitoradas ultrapassaram a deformação de escoamento.

Tabela 6.3 – Deformações máximas na armadura de flexão

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{\text{Estribos}}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw} / \text{Cam.}$ (mm) <sup>2</sup>	$\epsilon_{s,max}$ (‰)	$P_u$ (kN)
LR	95	1,06	30,7	–	–	–	7,23	242,0
L1				5,0	90°	160	9,35	302,5
L2				5,0	60°	160	12,25	329,0
L3				6,3	90°	252	13,58	330,0
L4				6,0	60°	252	13,22	339,0

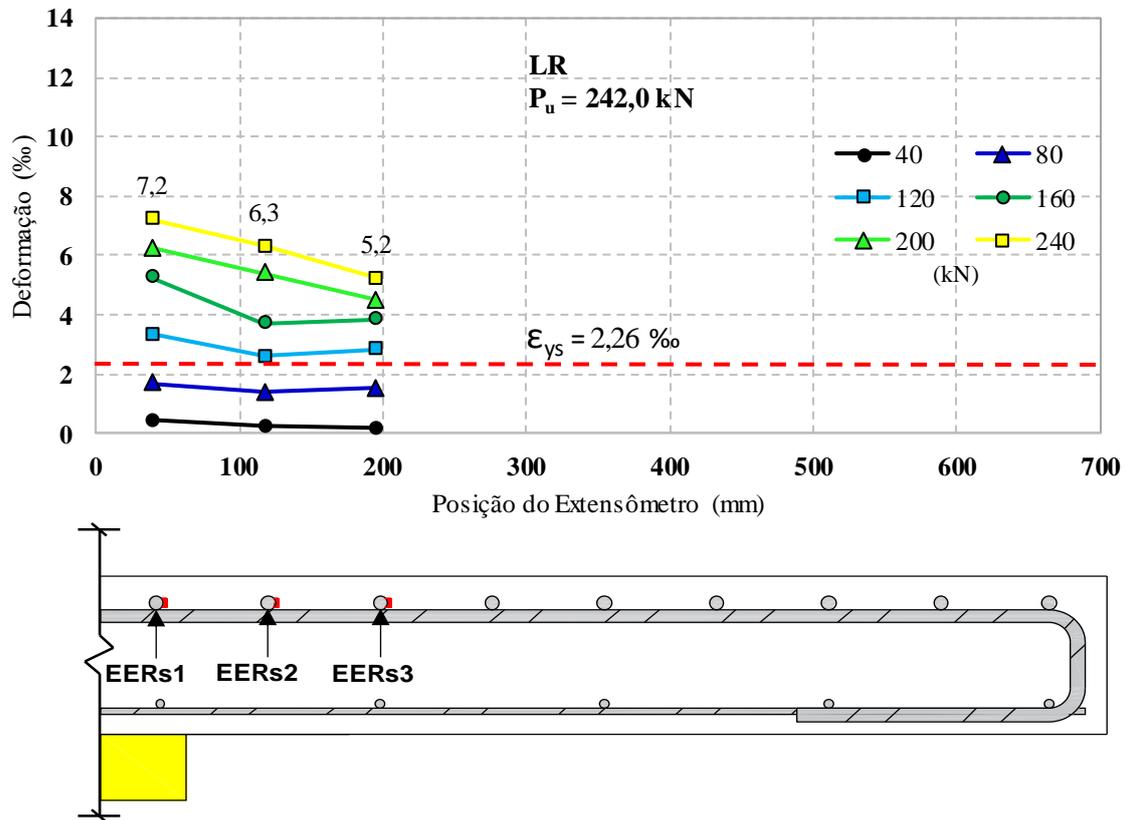


Figura 6.16 – Deformações dos extensômetros na laje LR

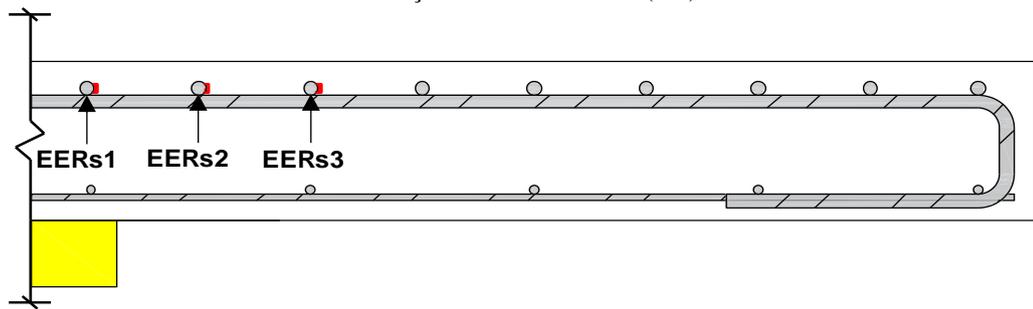
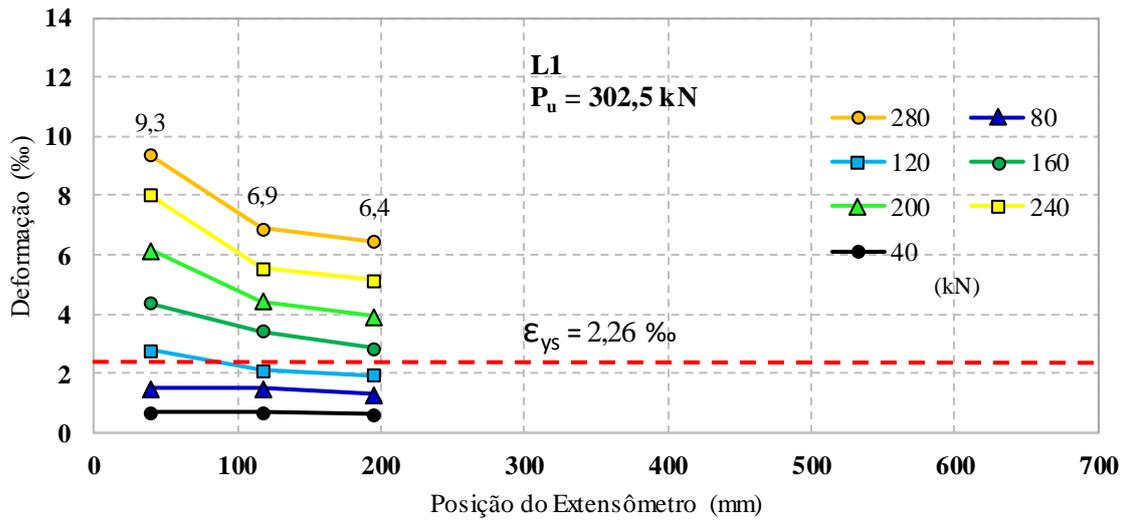


Figura 6.17 – Deformações dos extensômetros na laje L1

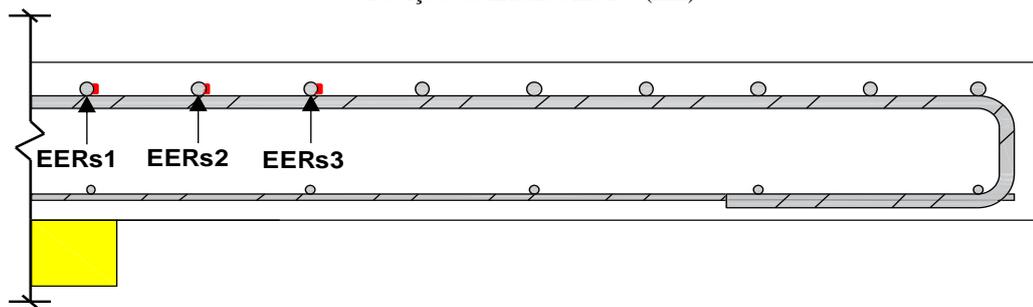
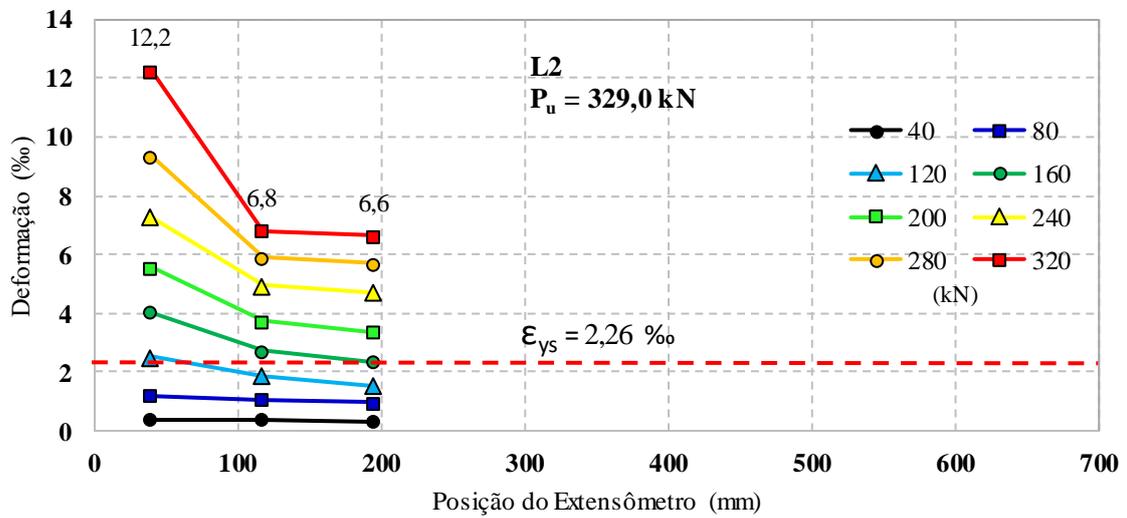


Figura 6.18 – Deformações dos extensômetros na laje L2

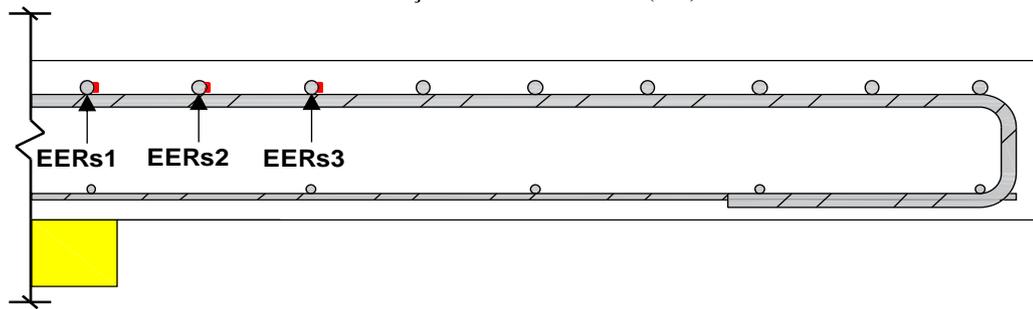
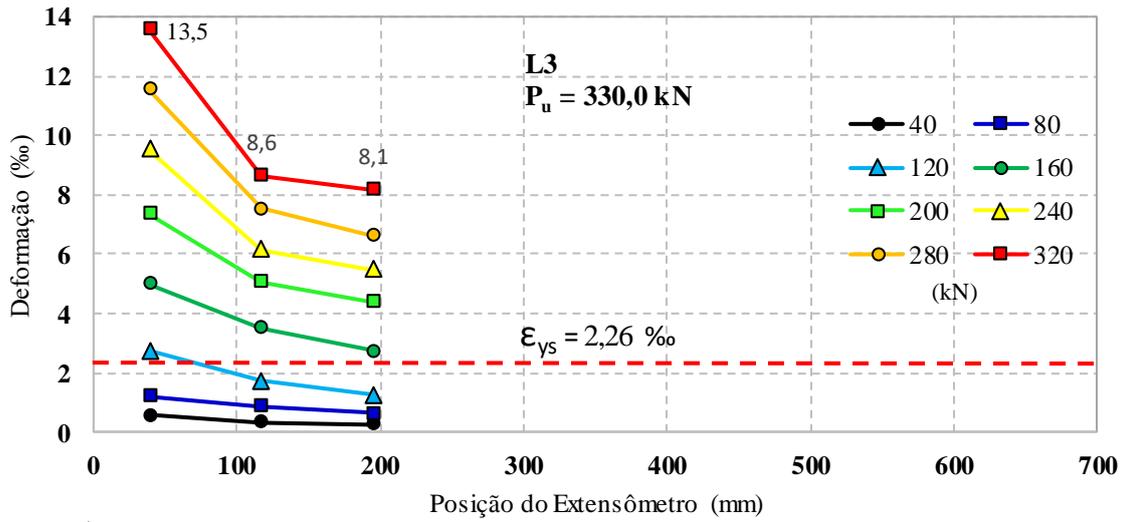


Figura 6.19 – Deformações dos extensômetros na laje L3

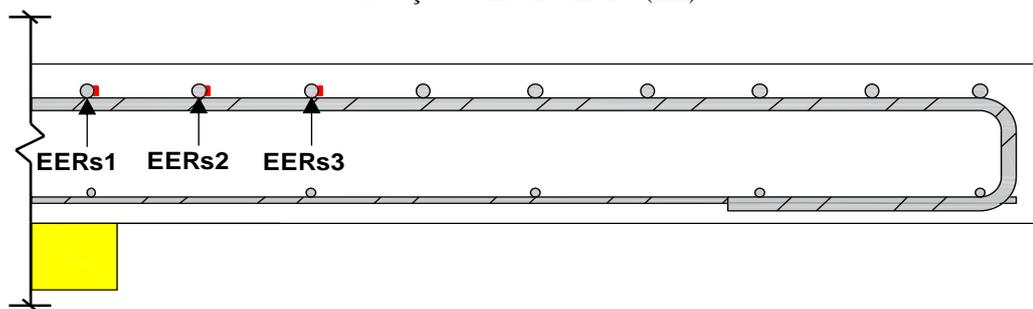
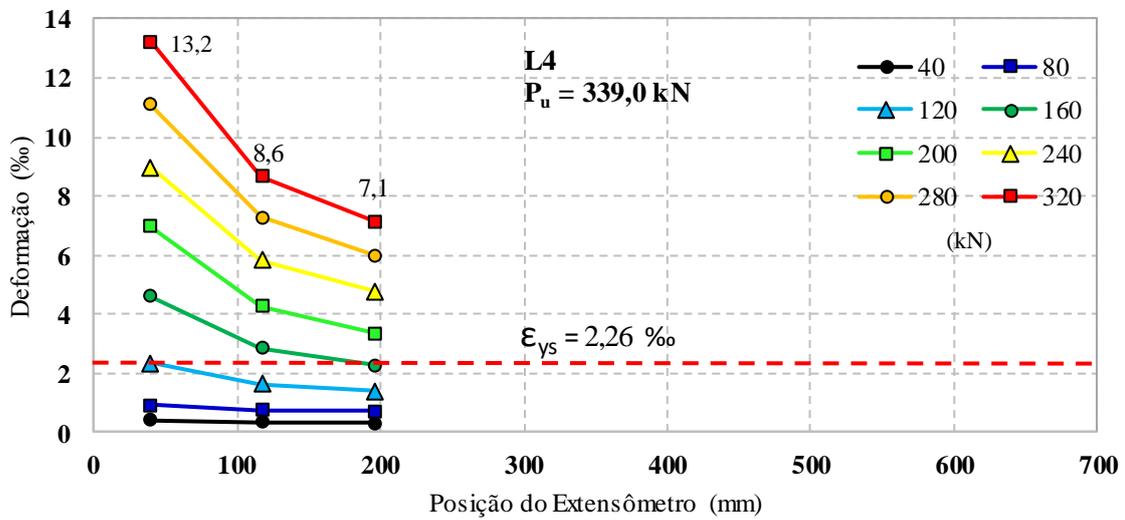
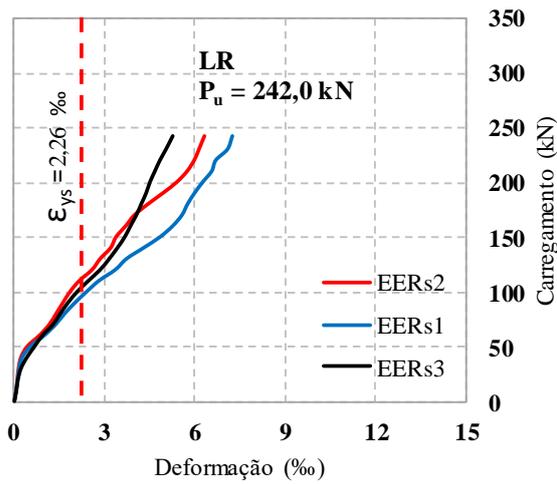
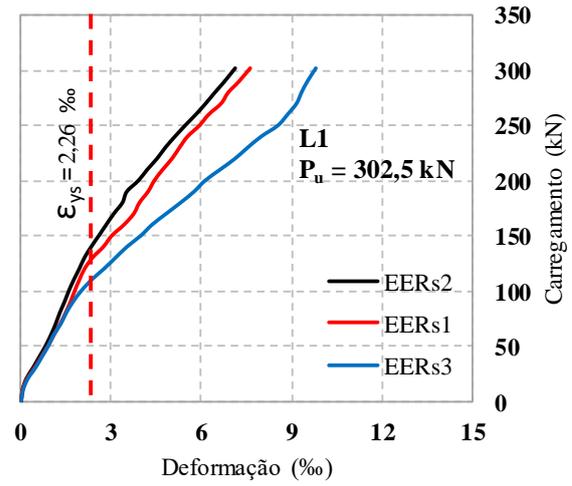


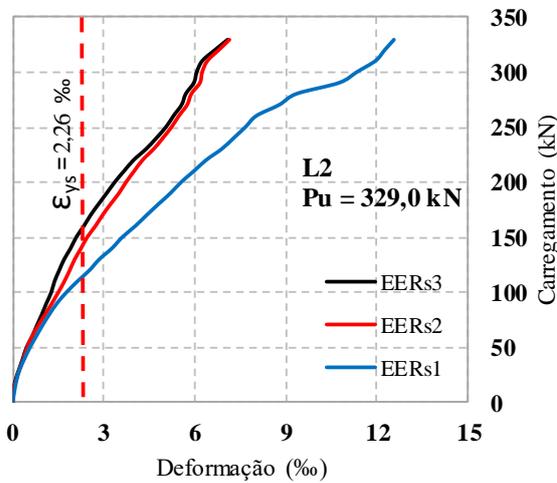
Figura 6.20 – Deformações dos extensômetros na laje L4



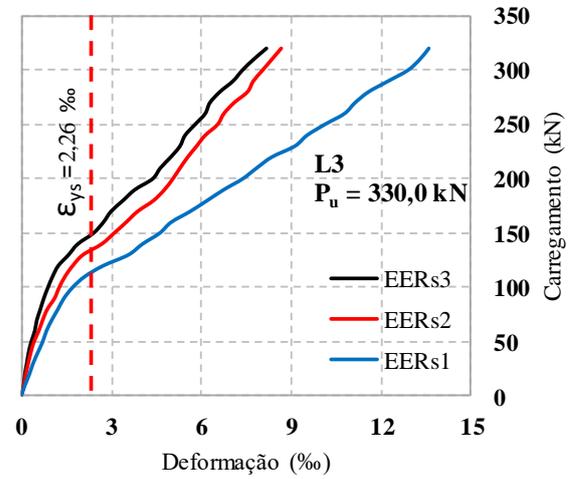
a) Carga-deformação LR



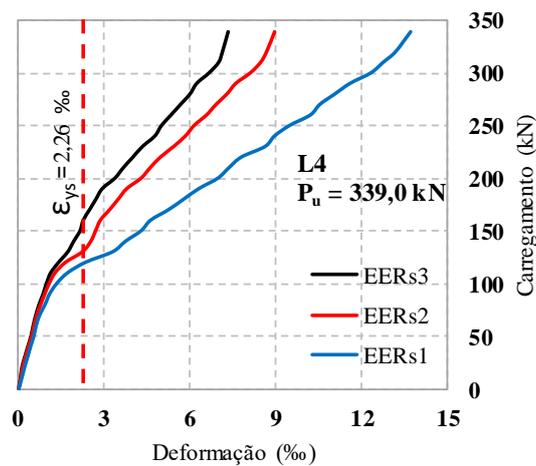
b) Carga-deformação L1



c) Carga-deformação L2



d) Carga-deformação L3



e) Carga-deformação L4

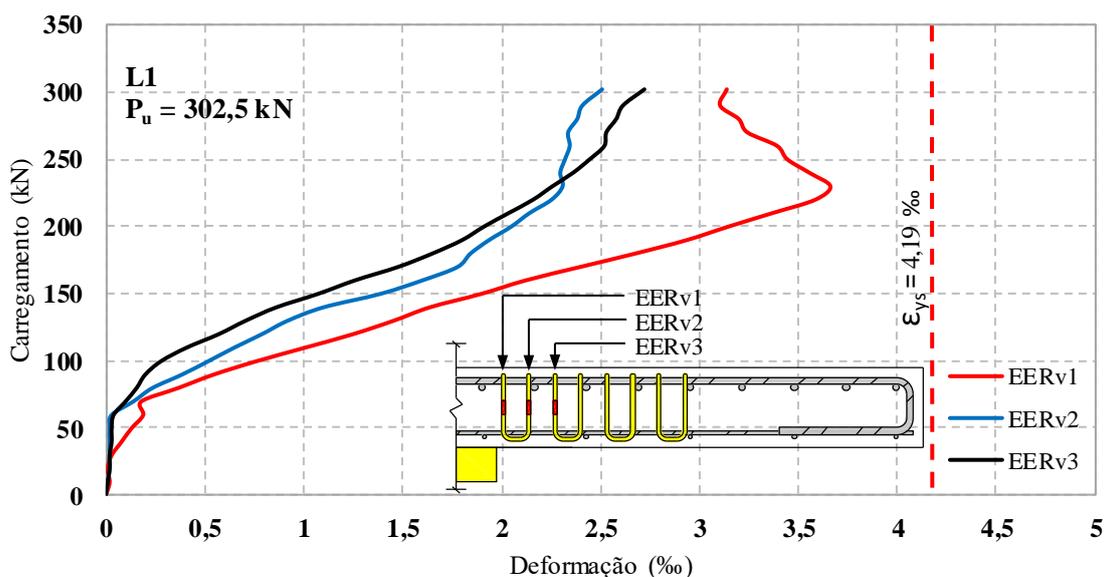
Figura 6.21 – Curva de carga-deformação das lajes

## 6.4 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Com o objetivo de analisar a eficiência dos dois tipos de estribos que constituíram as armaduras de cisalhamento e possibilitar a comparação entre estas armaduras, foram monitoradas as três primeiras camadas de armadura transversal no sentido de maior altura útil, conforme detalhado no capítulo 3. Nas lajes constituídas por estribos de mesma seção transversal que diferem entre si apenas o ângulo em relação ao plano da laje dessas armaduras, as deformações mais elevadas foram registradas nos estribos inclinados.

A análise dos resultados indica que independentemente do tipo de estribo e de suas seções transversais, as armaduras do perímetro mais próximo da face do pilar são as primeiras a deformarem, e estas deformações se manifestam logo nos primeiros níveis de carregamento, mas à medida que a carga aumenta as camadas seguintes vão sendo solicitadas, sendo a tensão transferida dos perímetros interiores para os exteriores.

As Figura 6.22 a 6.25 mostram graficamente o desenvolvimento das deformações nos estribos monitorados em todas as lajes. Os estribos das lajes L1 não alcançaram a deformação de escoamento, já para a laje L2, a segunda camada foi a mais solicitada, ultrapassaram a deformação de escoamento do aço que às constituía (CA-60  $\phi$  5,0 mm). Na laje L3 as deformações ficaram bem próximas à de escoamento do aço, já na laje L4 as duas primeiras camadas atingiriam a deformação de escoamento do aço (CA-50  $\phi$  6,3 mm).



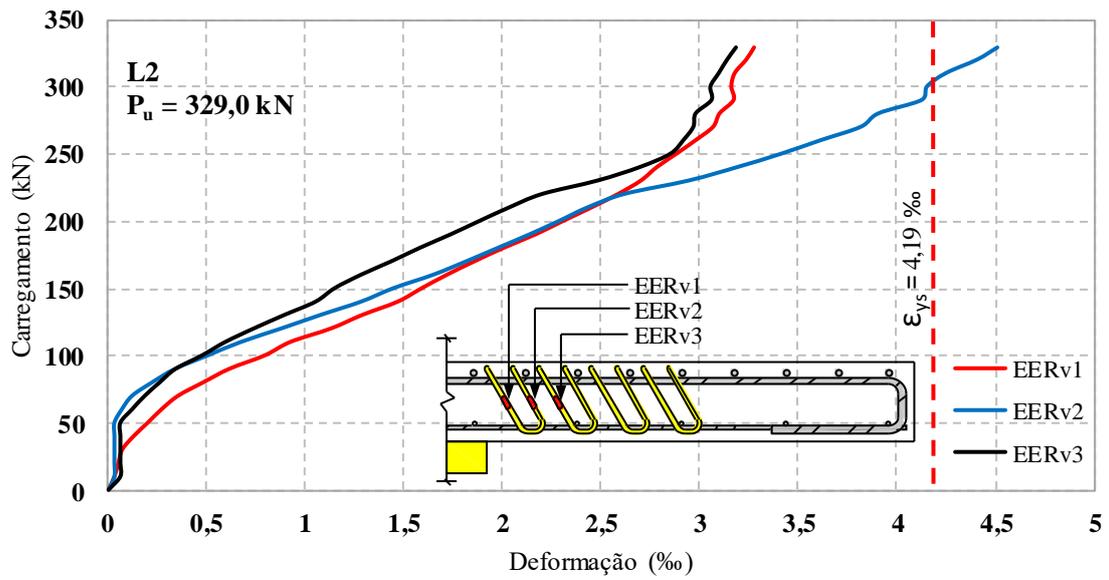


Figura 6.23 – Deformação dos estribos na laje L2

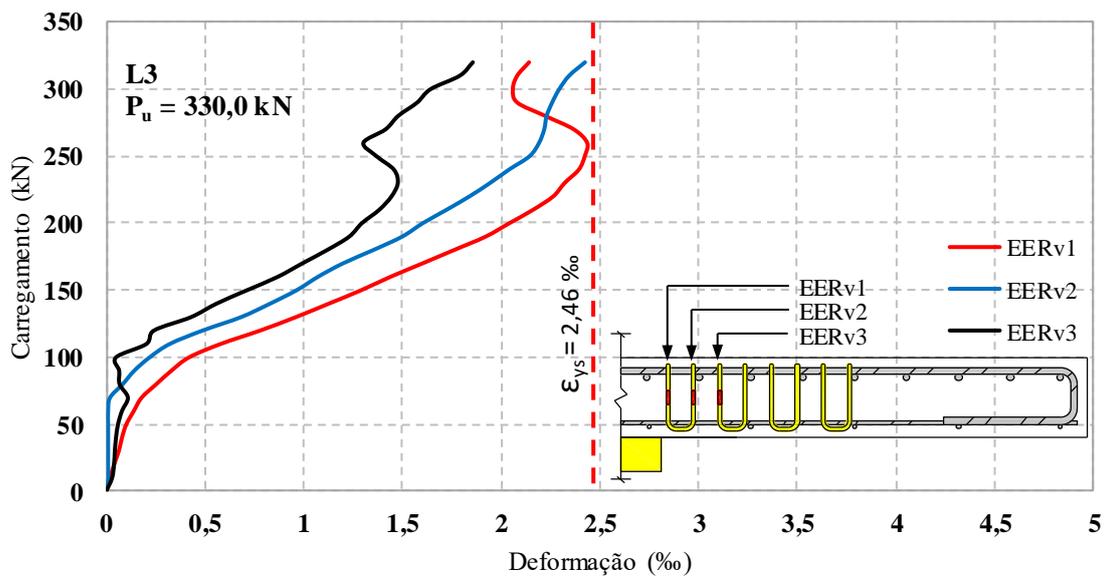


Figura 6.24 – Deformação dos estribos na laje L3

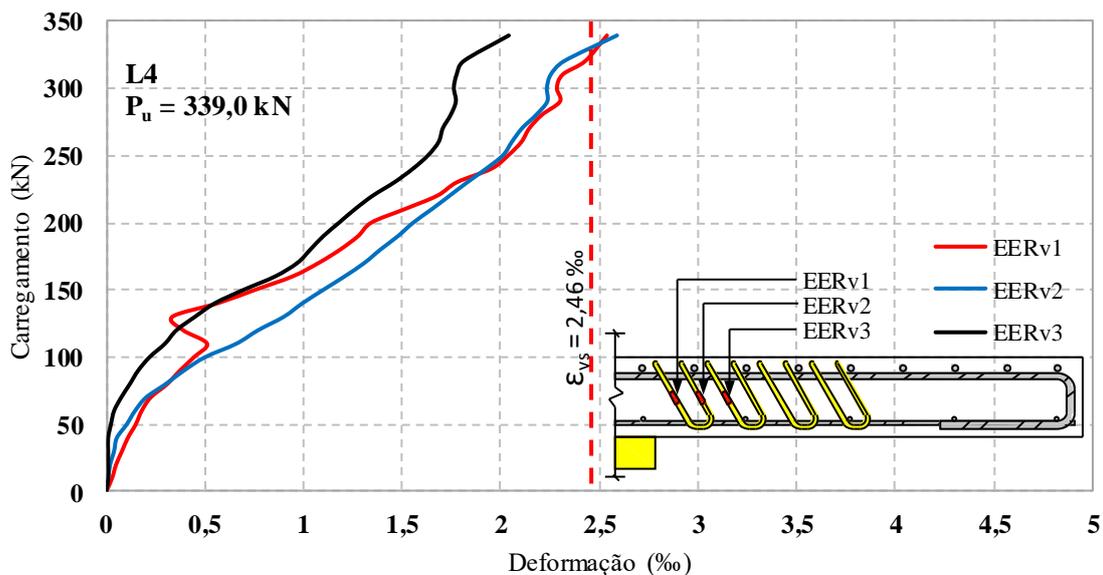


Figura 6.25 – Deformação dos estribos na laje L4

## 6.5 MAPAS DE FISSURAÇÃO

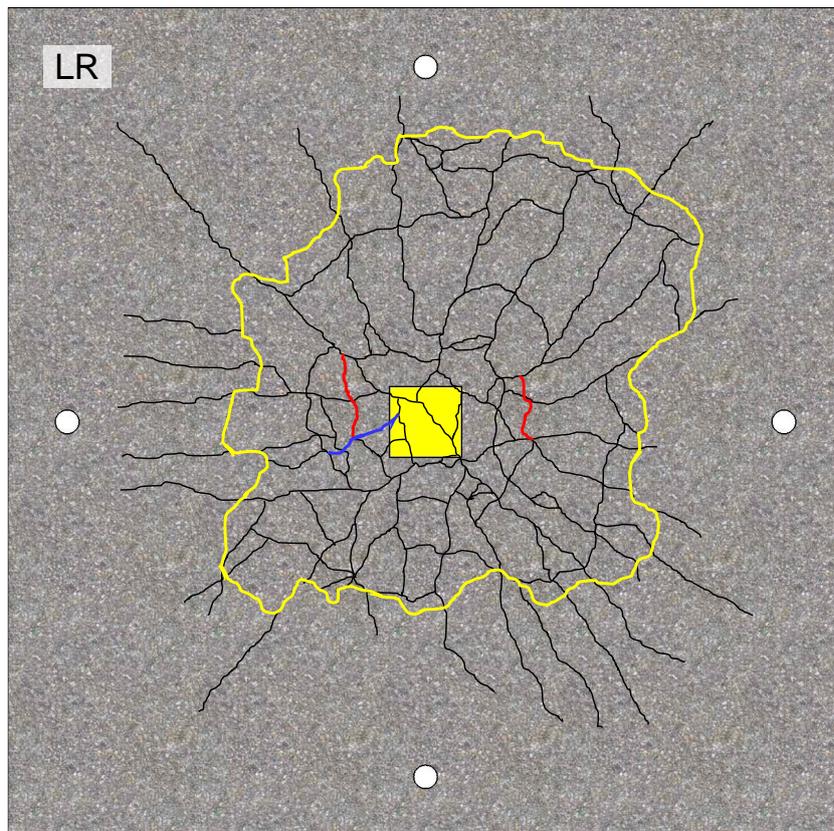
O desenvolvimento das fissuras na face superior das lajes com armadura de cisalhamento se deu de forma semelhante tanto para lajes constituídas por estribos perpendiculares como para lajes constituídas por estribos inclinados. Em todos os modelos, as fissuras radiais foram as primeiras a aparecerem tendo origem nas proximidades do perímetro do pilar, com o aumento do carregamento, estas desenvolveram ramificações e propagaram-se para as bordas da laje. As fissuras tangenciais apareceram ao redor do perímetro do pilar em níveis mais elevados de carregamento, e com o avanço das fissuras radiais em direção às bordas, surgiram novas fissuras tangenciais que se conectaram às radiais.

Na laje LR, sem armadura de cisalhamento, as primeiras fissuras radiais visíveis surgiram quando o carregamento era de aproximadamente 70 kN, 29% da carga de ruptura. Nas lajes com armadura de cisalhamento, a fissuração teve início com cargas mais elevadas 90 kN para L1 e L3 e 100 kN para L2 e L4. Analisando os dados apresentados na Tabela 6.4, nota-se que as cargas que deram início à fissuração nas lajes com armadura de cisalhamento, seja ela perpendicular ou inclinada, foram bastante próximas quando comparados modelos com estribos de mesma seção transversal. Isso mostra que a inclinação da armadura não influenciou quanto a fissuração inicial, sendo os dois modelos de estribos igualmente eficientes quanto a esse aspecto.

As fissurações nos modelos com armadura de combate à punção foram mais intensas quando comparadas as da laje de referência, as Figura 6.26 a Figura 6.29 mostram o panorama de fissuração das lajes após a ruptura, onde foram destacadas as fissuras visíveis durante os ensaios. As fissuras tangenciais que delimitaram a superfície de ruptura ficaram totalmente ligadas somente na laje de referência, pois nas demais lajes, não foram aplicadas carga pós colapso para que o cone de punção se destacasse totalmente da superfície.

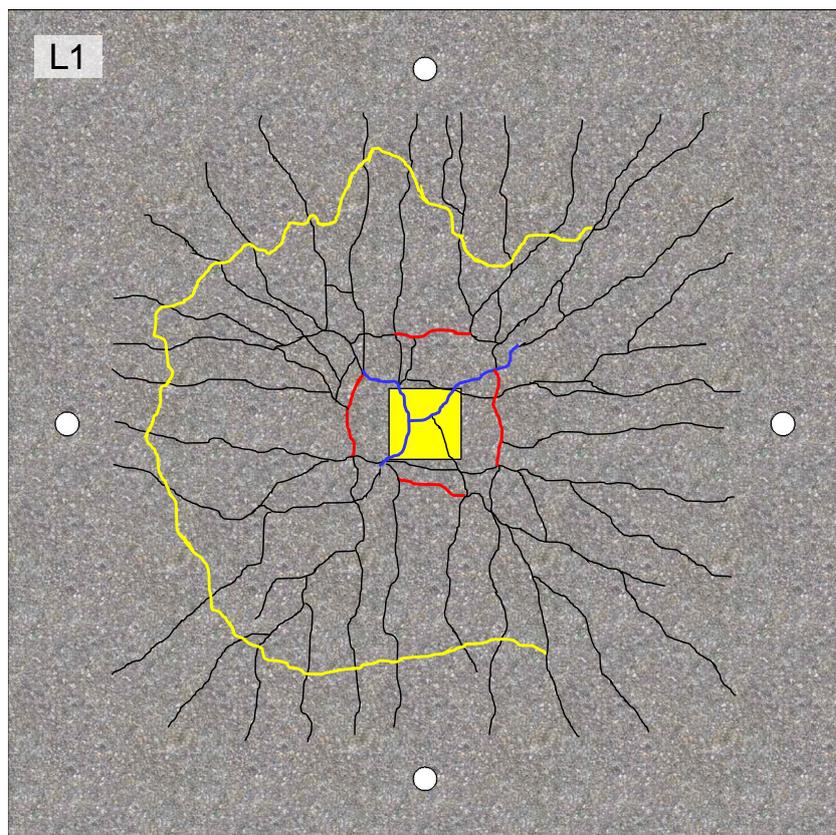
Tabela 6.4 – Carga aproximada para o surgimento das primeiras fissuras

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\emptyset_{\text{Estribos}}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw}$ / camada (mm)	$P_u$ (kN)	1° Fissura Radial		1° Fissura Tangencial	
								$P$ (kN)	$P_u$ (%)	$P$ (kN)	$P_u$ (%)
LR	95	1,2	30,7	–	–	–	242,0	70	29	200	82
L1				5,0	90°	160	302,5	90	30	210	69
L2				5,0	60°	160	329,0	100	30	200	60
L3				6,3	90°	252	330,0	90	27	210	63
L4				6,3	60°	252	339,0	100	29	200	58



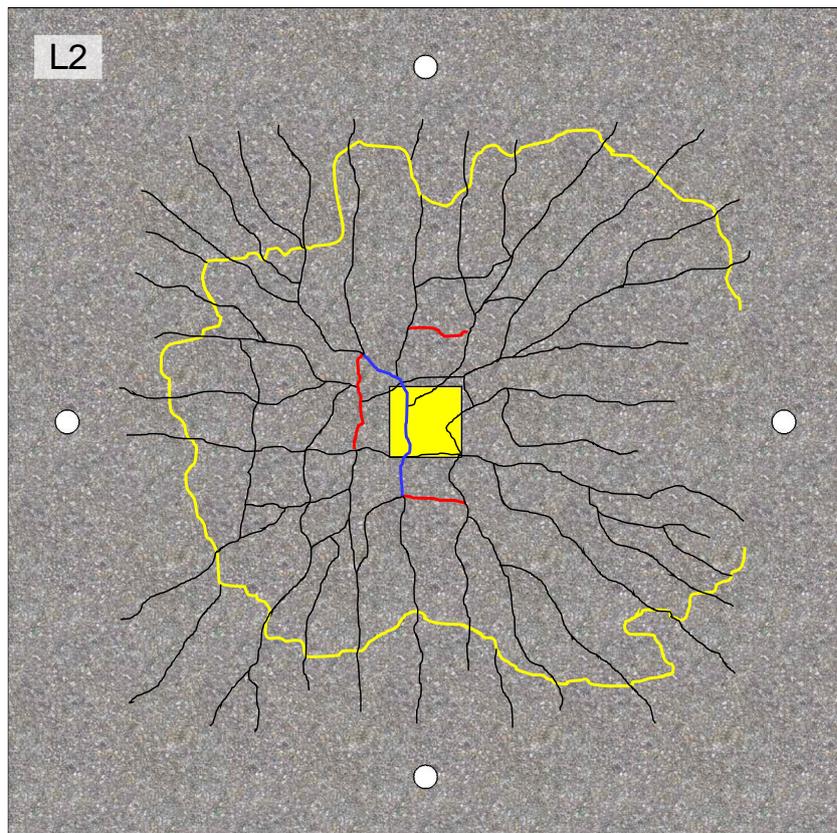
- |  |  |
|--|--|
| <span style="color: blue;">■</span> 1ª Fissura           | <span style="color: yellow;">■</span> Superfície de ruína      |
| <span style="color: red;">■</span> 1ª Fissura Tangencial | <span style="color: black;">■</span> Distribuição das fissuras |

Figura 6.26 – Panorama de fissuração da laje LR



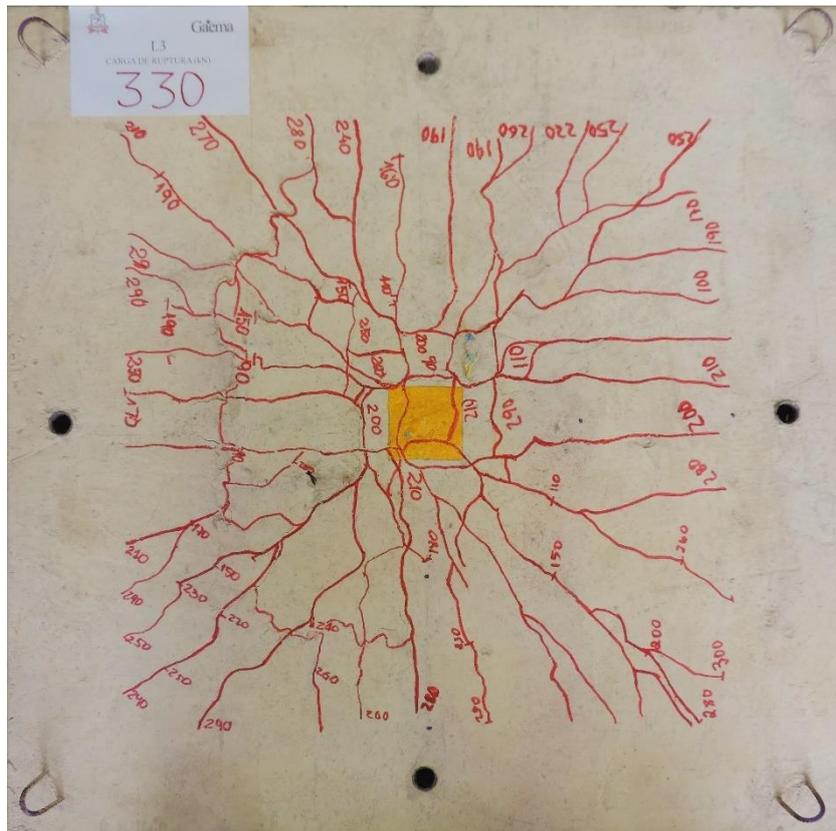
- 1ª Fissura
- 1ª Fissura Tangencial
- Superfície de ruína
- Distribuição das fissuras

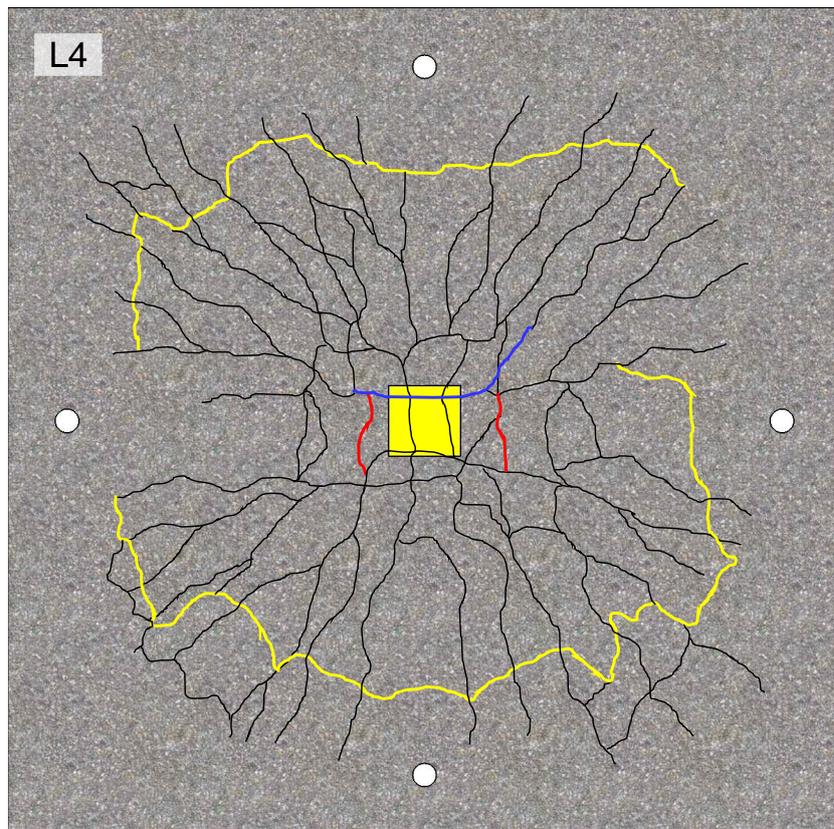
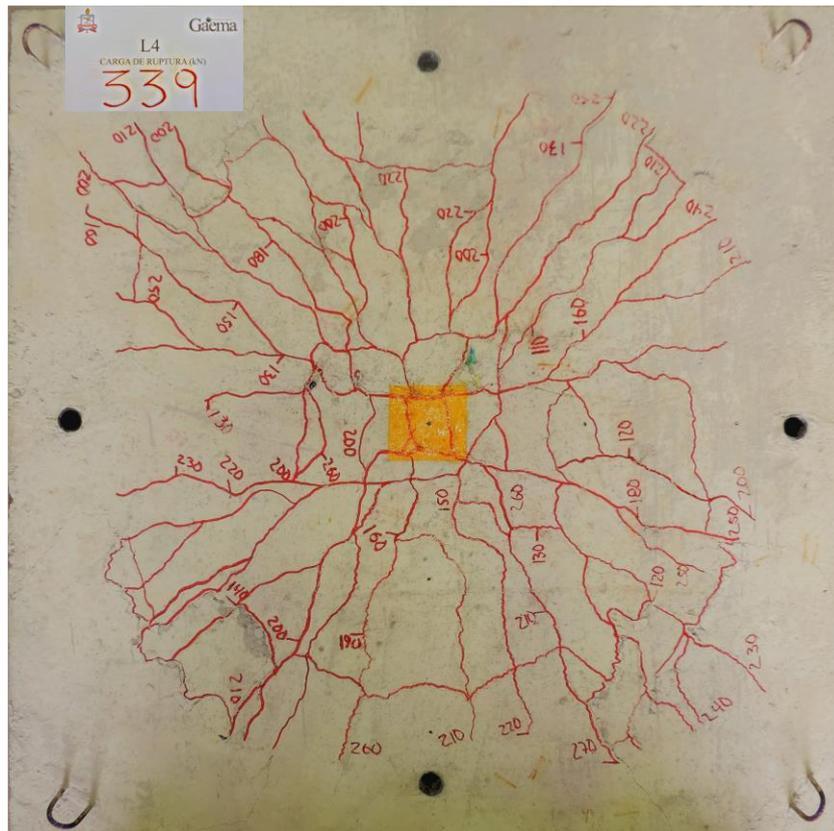
Figura 6.27 – Panorama de fissuração da laje L1



- 1ª Fissura
- 1ª Fissura Tangencial
- Superfície de ruína
- Distribuição das fissuras

Figura 6.28 – Panorama de fissuração da laje L2





- 1ª Fissura
- 1ª Fissura Tangencial
- Superfície de ruína
- Distribuição das fissuras

Figura 6.30 – Panorama de fissuração da laje L4

## 6.6 CARGAS DE RUPTURA OBSERVADAS

As resistências últimas observadas experimentalmente para cada laje são apresentadas na Tabela 6.5, onde também é apresentado um resumo das características de cada modelo, pois para avaliar o desempenho de cada laje é importante analisar a contribuição das variáveis em estudo. Observa-se que as lajes com as amadura de cisalhamento propostas por este trabalho resistiram a cargas significativamente mais elevadas que a laje de referência, sem armadura transversal (LR), esse acréscimo de resistência foi de 25% para a L1, 35% para a L2, 36% para a L3, chegando a 40% para a laje L4.

Os estribos mostraram-se eficientes em proporcionar acréscimo de resistência aos modelos, porém, nota-se que os estribos inclinados, quando comparados aos estribos perpendiculares de mesma seção transversal, foram ligeiramente mais eficientes em proporcionar uma maior resistência final. A lajes L2, com estribos inclinados, alcançou uma carga de ruptura aproximadamente 9% superior à da laje L1, que era armada com estribos de mesma seção transversal, porém, perpendiculares. A laje L4, com estribos inclinados, alcançou uma carga de ruptura aproximadamente 3% maior que a da laje L3, que era armada com estribos perpendiculares de mesma seção transversal.

Tabela 6.5 – Cargas de ruptura

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{Estribo}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw} /$ camada (mm) <sup>2</sup>	Nº de camad.	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{u_{ref}}}$
LR	95	1,06	30,7	–	–	–	–	242,0	1,00
L1				5,0	90°	160	8	302,5	1,25
L2				5,0	60°	160		329,0	1,35
L3				6,3	90°	252		330,0	1,36
L4				6,3	60°	252		339,0	1,40

## 6.7 SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Após a conclusão dos ensaios, as lajes foram cortadas em seu eixo de simetria longitudinal, de uma extremidade a outra, no sentido de menor altura útil, para verificação das inclinações das superfícies de ruptura, verificação da altura útil e localização da região onde ocorreu à

ruptura, e com isso, auxiliar na determinação do modo de ruptura. A Figura 6.31 mostra a ruptura na face inferior característica de todas as lajes. De um modo geral, a chapa metálica penetra a laje, o que indica que as respectivas fissuras de cisalhamento tiveram início junto a face do pilar. As Figura 6.32 a Figura 6.36 mostram a superfície de ruptura na face superior da laje, o corte efetuado, e as respectivas marcações dos ângulos da superfície de ruptura com o plano horizontal.



Figura 6.31 – Penetração da chapa na face inferior da laje

A laje de referência (LR), sem armadura de cisalhamento, atingiu a ruptura por punção com o destacamento de um tronco de cone, esse destacamento ocorreu de forma brusca. As fissuras de cisalhamento desenvolveram-se a partir da face do pilar em um ângulo de  $23^\circ$  em uma das faces, e  $30^\circ$  para a outra, até atingirem as armaduras longitudinais superiores e finalmente destacar o cone de punção.

Nas lajes reforçadas com estribos perpendiculares, L1 e L3, a fissuração significativa do concreto nas proximidades do perímetro do pilar não permitiu a identificação de uma superfície bem definida de ruptura, porém, nos dois modelos, as fissuras mais externas estenderam-se por baixo da zona reforçada até subir em um ângulo aproximado de  $28^\circ$  para L1 e  $31^\circ$  para L3, e intersectar as duas últimas camadas de reforço, prosseguindo até alcançar a armadura longitudinal.

A Lajes L2, constituídas por armaduras de cisalhamento inclinadas, desenvolveu fissuras a partir da face do pilar, das quais as mais destacadas estenderam-se por baixo da armadura de

cisalhamento até subir e intersectar os dois últimos perímetros de reforço em um ângulo de  $35^\circ$  em uma extremidade e  $31^\circ$  na outra.

A laje L4, constituída por armadura de cisalhamento inclinada, atingiu a ruptura nas proximidades do exterior à zona reforçada, contudo, a fissuração teve início na face do pilar, desenvolvendo-se por baixo das armaduras de punção, intersectando apenas o ultimo perímetro de armadura transversal e atingindo as armaduras superiores de flexão já fora da zona reforçada seguindo um ângulo de  $35^\circ$  em uma das extremidades e  $33^\circ$  na outra, prolongando-se horizontalmente até os bordos da laje.

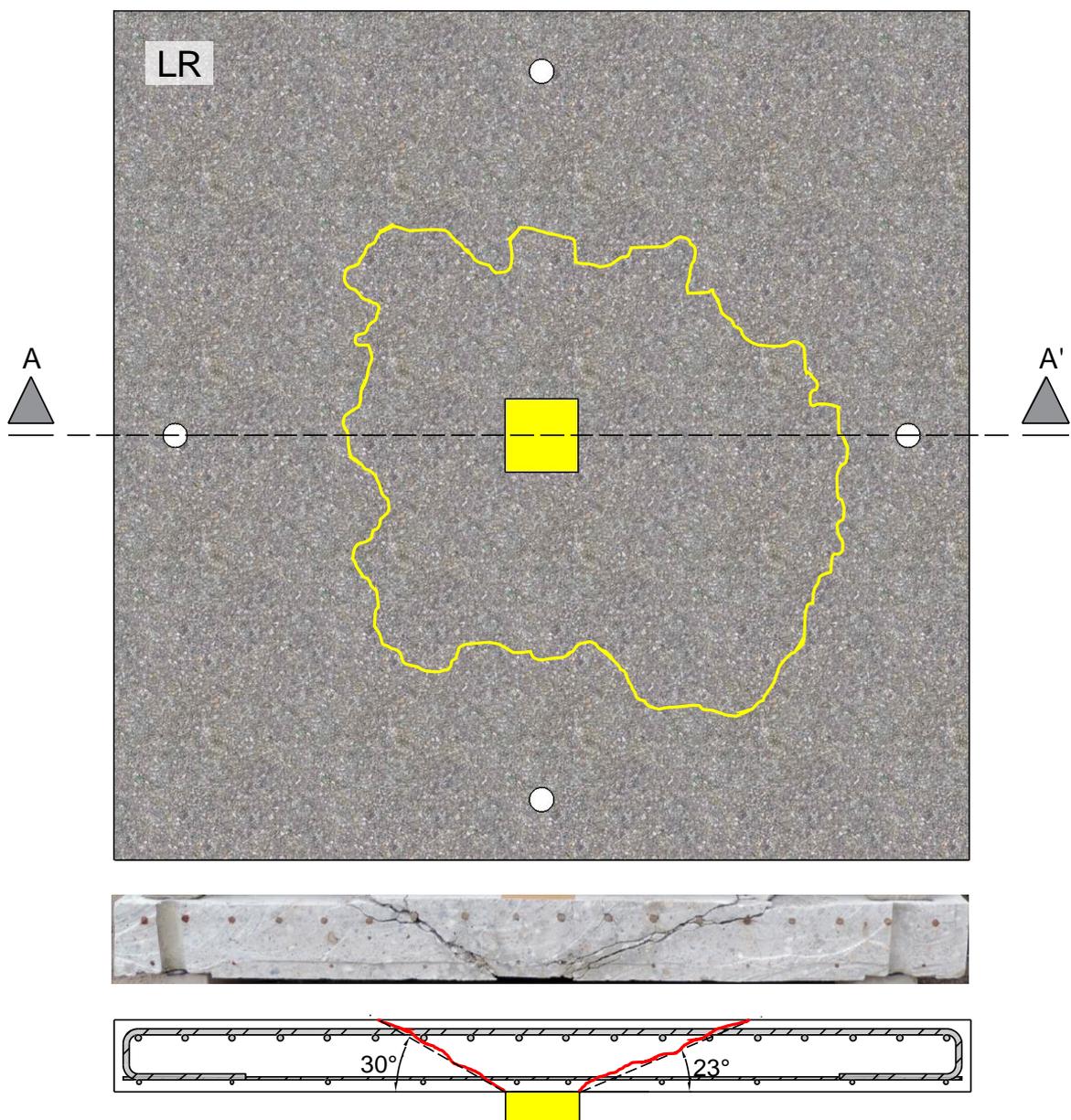


Figura 6.32 – Superfície de ruptura da laje LR

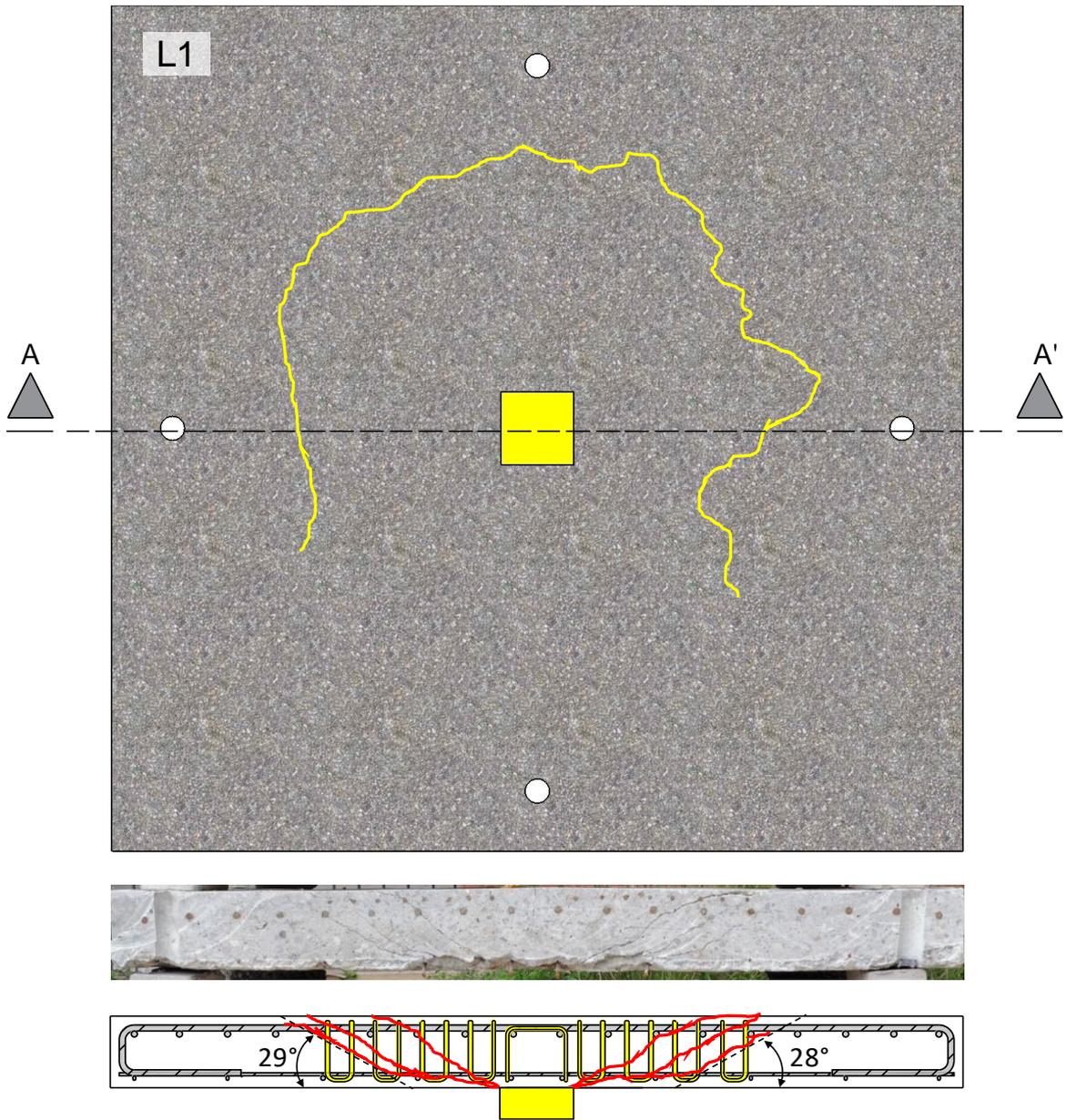


Figura 6.33 – Superfície de ruptura da laje L1

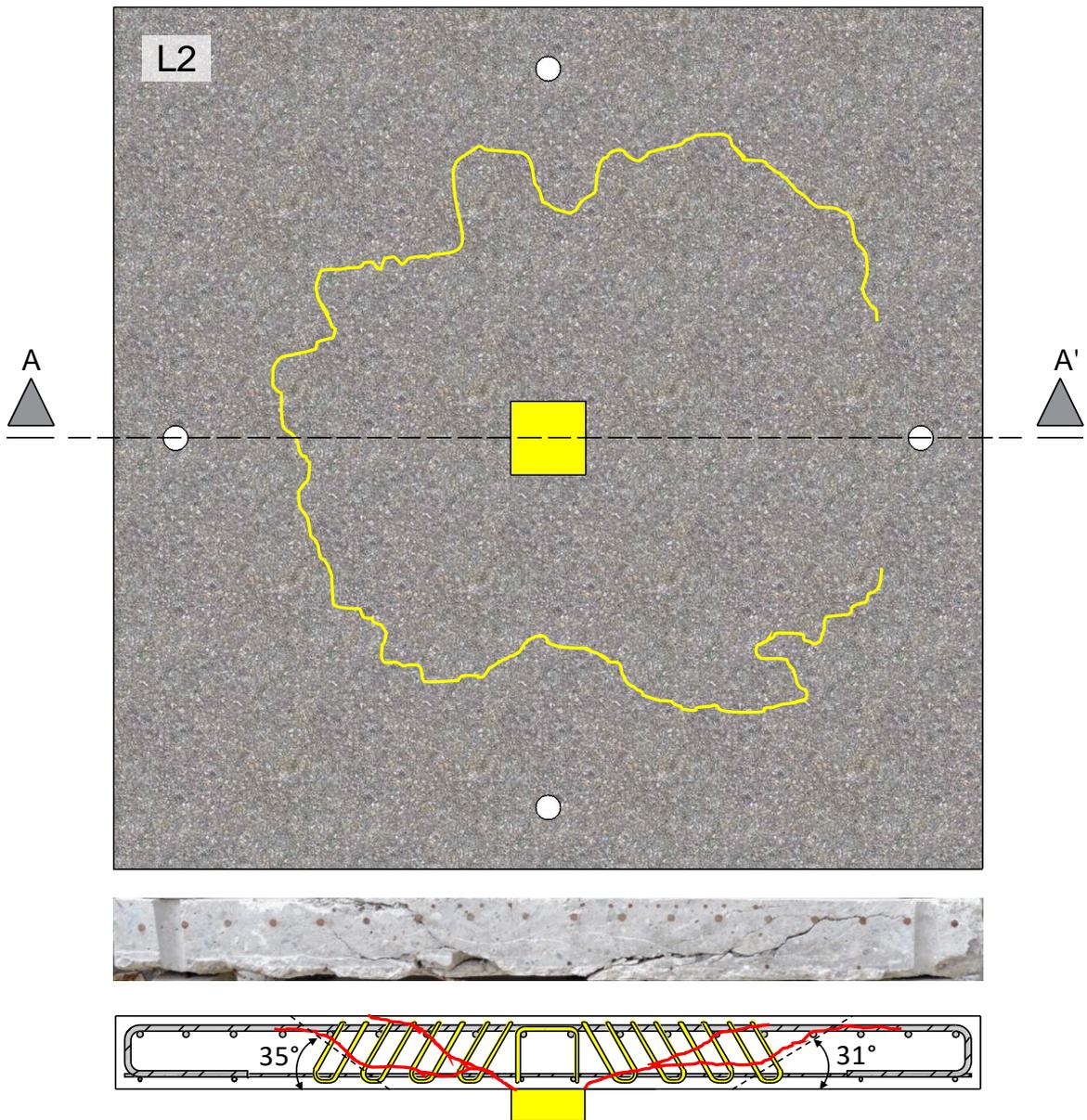


Figura 6.34 – Superfície de ruptura da laje L2

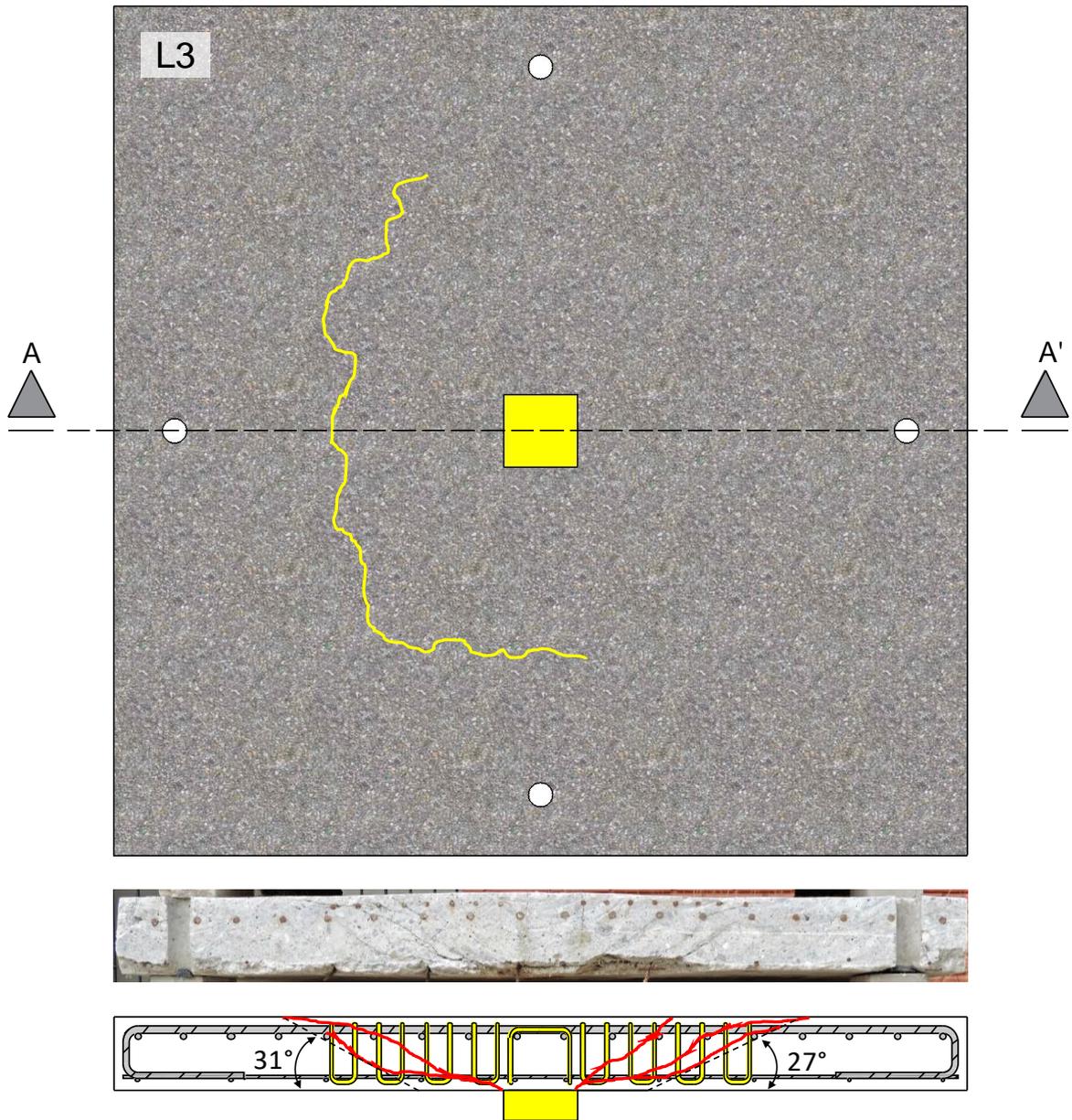


Figura 6.35 – Superfície de ruptura da laje L3

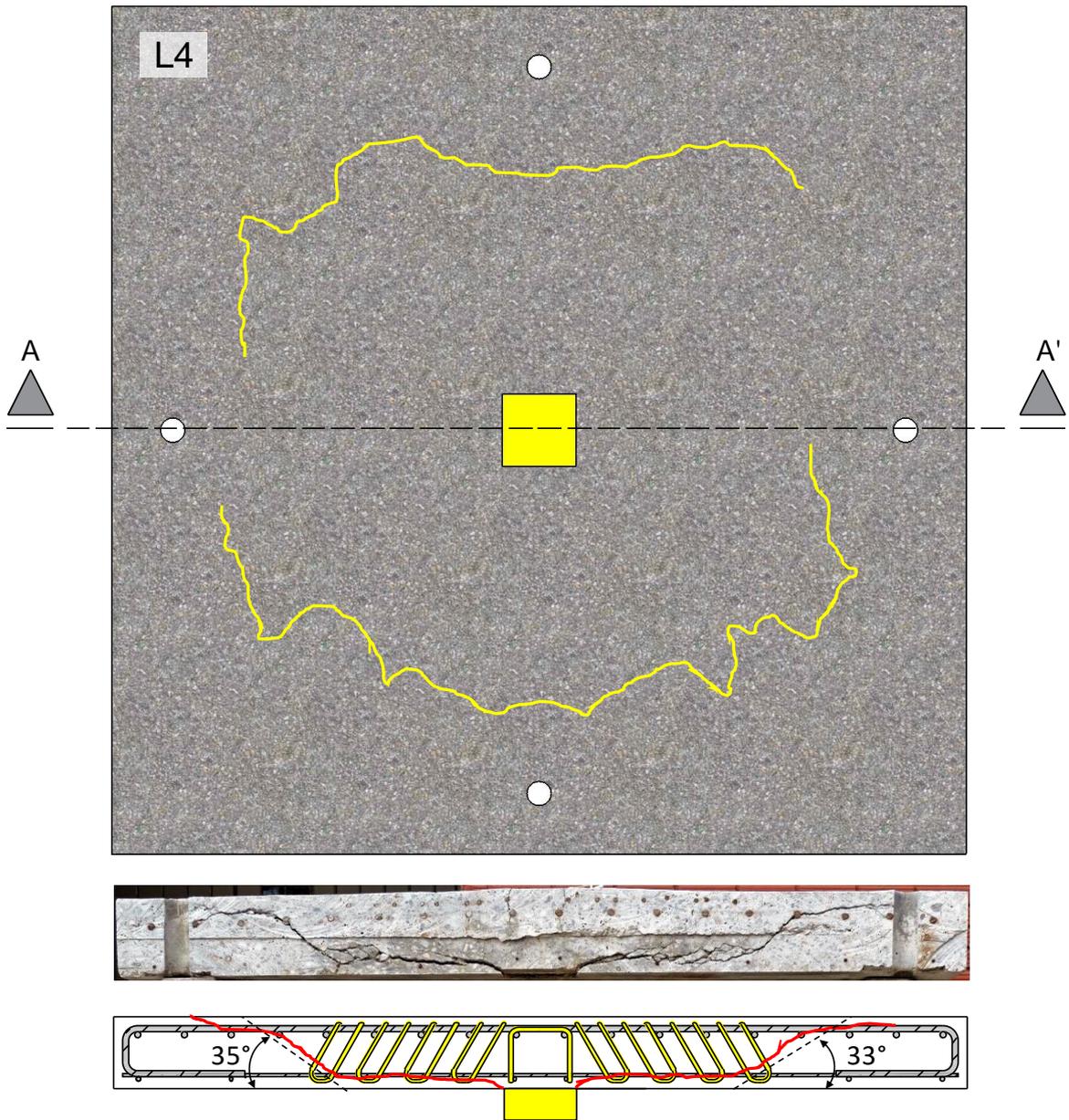


Figura 6.36 – Superfície de ruptura da laje L4

## 6.8 MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS

O modo de ruptura das lajes é definido por meio da observação de alguns dos resultados experimentais, tais como as cargas de ruptura, deformações das armaduras de flexão e da superfície do concreto, análise e mapeamento das fissuras e os resultados da investigação da superfície de ruptura das peças ensaiadas. Estes procedimentos se baseiam nas recomendações de pesquisadores como OLIVEIRA (2003) e ELSTNER & HOGNESTAD (1956).

Lajes lisas podem chegar a ruína de três modos diferentes: punção, flexão e flexo-punção. A punção se caracteriza por ocorrer de forma brusca, quando a laje não apresenta sinais de ruptura iminente, ocasionando o cone característico desse tipo de ruptura. A flexão ocorre de forma mais dúctil, onde pode ocorrer uma rápida elevação dos deslocamentos verticais sem grande incremento de carga, elevado grau de fissuração, escoamento das armaduras de flexão. A flexo-punção é definida como um modo de ruptura intermediário, no qual a laje apresenta alguns sinais de ruptura por flexão, mas observa-se o cone de punção.

Nos casos onde apenas a observação dos resultados experimentais deixar dúvidas quanto ao modo de ruptura da peça, pode ser utilizado um método alternativo, proposto por OLIVEIRA (1998), que, baseando-se na resistência estimada para a peça através da teoria das linhas de ruptura, estabelece uma razão entre a resistência última observada e a carga de flexão estimada conforme a Equação 6.1. Quando  $\phi > 1$ , o primeiro modo de ruptura é a flexão. Se  $\phi < 1$ , a ruptura se dá por punção e, se  $\phi \cong 1 \pm 10\%$ , as rupturas por flexão e por punção da laje ocorrerão quase que simultaneamente.

$$\frac{P_u}{P_{flex}} = \phi \quad \text{Equação 6.1}$$

A observação dos resultados experimentais deixou claro o modo de ruptura para a laje de referência, LR, que apresentou uma superfície de ruptura bem definida, onde um tronco de cone se formou, característico da ruptura por punção, que ocorreu subitamente, sem grande fissuração. Nos modelos com reforço, a utilização da armadura de punção fez com que as lajes apresentassem cargas de ruptura por puncionamento muito próximas das cargas estimadas para ruptura por flexão, com base na teoria das linhas de ruptura. Assim, para

esses modelos a ruptura foi acompanhada pelo escoamento da armadura de flexão e esmagamento do concreto na face inferior das lajes. Com isso, a relação entre a resistência última das lajes e a carga de flexão estimada foi estabelecida conforme a equação anterior. A Tabela 6.6 apresenta os modos de ruptura observado.

Tabela 6.6 – Modos de ruptura observados

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{\text{Estribo}}$ (mm)	Inclin. estribo	$P_{flex}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$	Modo de ruptura
LR	95	1,06	30,7	–	–	330	242,0	0,73	Punção
L1				5,0	90°		302,5	0,91	Flexo-punção
L2				5,0	60°		329,0	0,99	Flexo-punção
L3				6,3	90°		330,0	1,00	Flexo-punção
L4				6,3	60°		339,0	1,02	Flexo-punção

## 7 ESTIMATIVAS NORMATIVAS

### 7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O presente capítulo mostra os resultados previstos de acordo com os quatro códigos e normas descritos no capítulo 3. Estes resultados teóricos referem-se às estimativas de quanto às lajes resistem ao puncionamento. É de fundamental importância realizar um estudo comparativo entre estas cargas de ruptura, uma vez que de posse das cargas últimas experimentais, estes valores são comparados entre si, a fim de observar possíveis uniformidades e a contribuição da armadura transversal, assim como também verificar se as normas em questão fornecem resultados a favor ou contra a segurança. Ainda neste capítulo, é apresentada a carga última de flexão estimada, baseada na teoria das linhas de ruptura.

Os critérios de análise dos códigos sugerem uma verificação ao fenômeno de punção, a partir de seus respectivos perímetros de controle. Dessa maneira, são apresentadas as seguintes prescrições normativas: ACI 318 (ACI, 2014), MODEL CODE (*fib*, 2010), Eurocode 2 (CEN, 2004) e NBR 6118 (ABNT, 2014). A Tabela 7.1 apresenta as principais características das lajes.

Tabela 7.1 – Características das lajes

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	Inclinação do estribo	$A_{sw}$ / camada (mm) <sup>2</sup>	$S_t$ (mm)	Nº de camadas	$P_u$ (kN)
LR	95	1,06	30,7	–	–	–	–	–	242,0
L1				5,0	90°	160	40	302,5	
L2				5,0	60°	160		329,0	
L3				6,3	90°	252	37,8	330,0	
L4				6,3	60°	252		339,0	

### 7.2 ESTIMATIVA DE ACORDO COM O ACI 318 (ACI, 2014).

ACI 318 (ACI, 2014) considera a parcela resistente do concreto e do aço em suas expressões para o cálculo da resistência à punção em lajes com armadura transversal. A Figura 7.1 mostra o modelo do perímetro de controle sugerido pela norma. A Tabela 7.2 apresenta as estimativas considerando as recomendações da norma americana juntamente com os

parâmetros usados como dados para o cálculo. A Figura 7.2 traz a relação entre as cargas estimadas e as cargas experimentais.

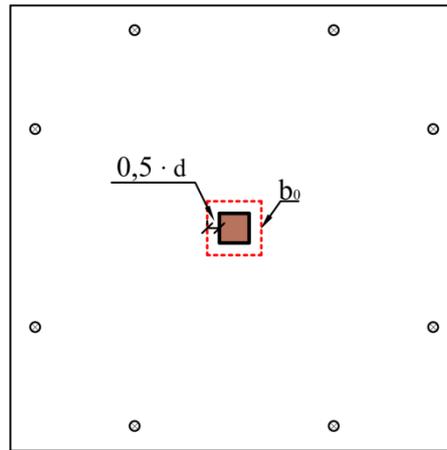


Figura 7.1 – Modelo do perímetro de controle segundo a ACI 318 (ACI, 2014)

Tabela 7.2 – Estimativas segundo o código da ACI 318 (ACI, 2014)

Laje	Perímetro de Controle	Diâmetro do estribo	$A_{sw}$ / camada	Cargas Estimadas	Carga Exper.	$P_u / P_{uACI}$	Local da Ruptura	
	$b_0$ (mm)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	$A_{sw}$ (mm) <sup>2</sup>	$P_{uACI}$ (kN)	$P_u$ (kN)		Previsto	Exper.
LR	860	–	–	149,1	242,0	1,62	–	–
L1		5,0	160	371,9	302,5	0,81	Externo	interno
L2		5,0	160	367,5	329,0	0,90	Externo	interno
L3		6,3	252	379,8	330,0	0,87	Externo	interno
L4		6,3	252	375,3	339,0	0,90	Externo	Externo

Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $b_0$ ):

$$\frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b \cdot d$$

Carga para lajes com armadura transversal, perímetro de controle ( $b_0$ ):

$$\frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v \cdot f_y \cdot (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) \cdot d}{s}$$

O ACI 318 (ACI, 2014) apresentou um resultado muito conservador para a laje sem armadura de cisalhamento, 62% abaixo da carga de ruptura observada no ensaio, o mesmo não ocorreu para as lajes com reforço, onde esta norma superestimou em uma média de 14% as cargas de ruptura previstas quando comparadas às cargas de ruptura observadas nos ensaios.

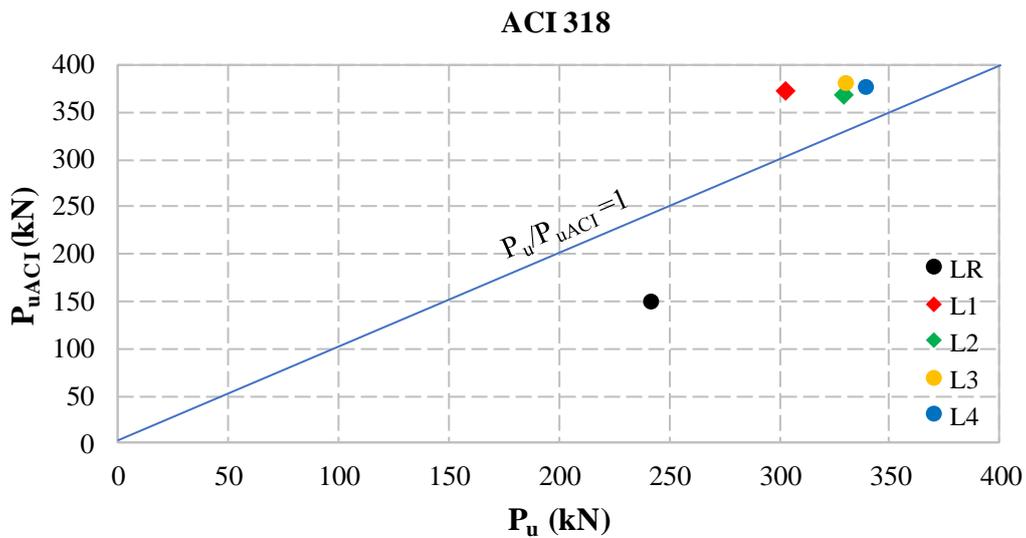


Figura 7.2 – Relação entre as cargas estimadas pelo ACI 318 (ACI, 2014) e as cargas experimentais.

### 7.3 ESTIMATIVA DE ACORDO COM O MODEL CODE (FIB, 2010)

Para estimar a carga última resistente à punção de lajes lisas, a MODEL CODE (fib, 2010) associada ao critério de ruína proposto por MUTTONI *et al.* (2008), admite a presença de uma fissura que se propaga na laje cortando a biela comprimida. Este código também considera a soma da parcela nominal resistente, referente à armadura transversal e ao concreto no caso de lajes reforçadas com armadura de cisalhamento. O código considera que o perímetro de controle “ $b_l$ ” deve ser calculado a uma distância de  $0,5 \cdot d$  da face do pilar. A Figura 7.3 mostra o modelo do perímetro de controle, segundo o MODEL CODE (fib, 2010). A Tabela 7.3 apresenta as estimativas segundo as prescrições do código.

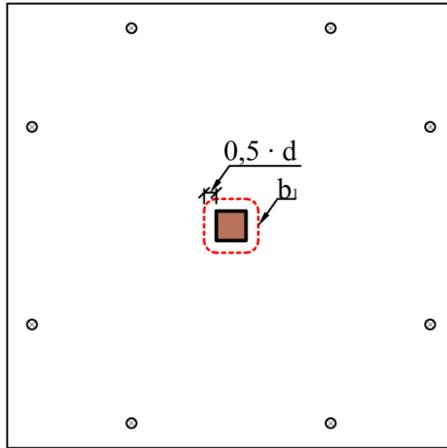


Figura 7.3 – Modelo dos perímetros de controle MODEL CODE (fib, 2010)

Tabela 7.3 – Estimativas segundo o MODEL CODE (fib, 2010)

Laje	Perímetro de Controle	Diâmetro do estribo	$A_{sw}$ / camada	Cargas Estimadas	Carga Exper.	$P_u / P_{uMC}$	Local da Ruptura	
	$b_0$ (mm)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	$A_{sw}$ (mm) <sup>2</sup>	$P_{uMC}$ (kN)	$P_u$ (kN)		Previsto	Exper.
LR	775	–	–	203,7	242,0	1,19	–	–
L1		5,0	160	239,4	302,5	1,26	interno	interno
L2		5,0	160	254,3	329,0	1,29	interno	interno
L3		6,3	252	277,7	330,0	1,19	interno	interno
L4		6,3	252	297,9	339,0	1,14	interno	Externo

Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $b_0$ ):

$$\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{1 + 15 \cdot \left( \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)} \right)$$

Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle ( $b_0$ ):

$$\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d}{1 + 15 \cdot \left( \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g} \right)} \right) + \left( \sum A_{sv} \cdot k_e \cdot \sigma_{sv} \cdot \text{sen} \alpha \right)$$

As cargas de ruptura experimentais foram em média 20% superiores às estimadas pelo MODEL CODE (fib, 2010), não apresentando grande divergência entre lajes com e sem armadura de cisalhamento. O código mostrou-se conservador, e consequentemente, a favor da segurança.

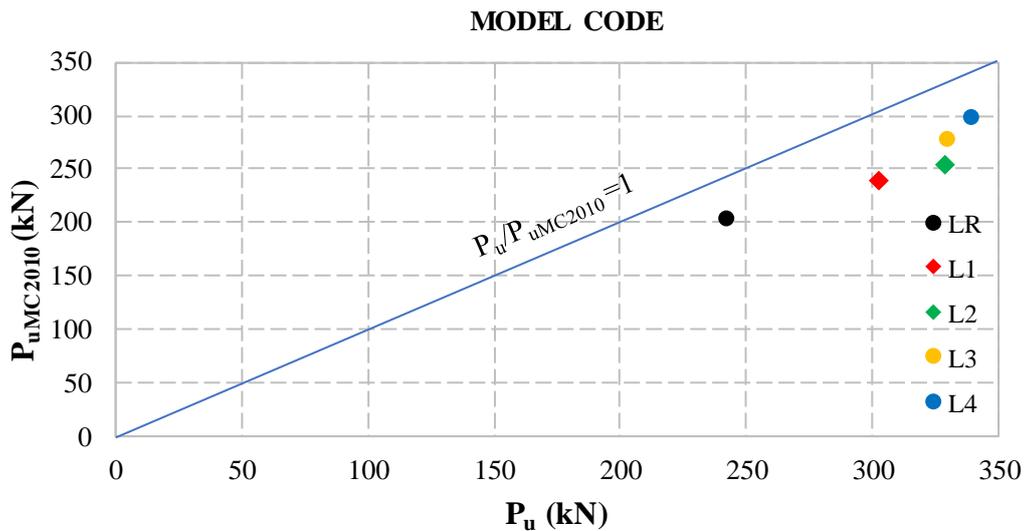


Figura 7.4 – Relação entre as cargas estimadas pelo MODEL CODE (*fib*, 2010) e as cargas experimentais.

#### 7.4 ESTIMATIVA DE ACORDO COM A EUROCODE 2

O Eurocode 2 (CEN, 2004) sugere a Figura 7.4 para verificação do perímetro. O primeiro modelo  $u_0$  recomenda verificar a biela comprimida junto ao contorno do pilar. A norma considera para lajes sem armadura transversal, o efeito da taxa de armadura longitudinal e o *size effect* em um perímetro de controle  $u_1$  afastado  $2 \cdot d$  da face do pilar. Já, para lajes reforçadas com armadura transversal, recomenda a verificação na região reforçada  $u_1$ , considerando a soma das parcelas do concreto e do aço.

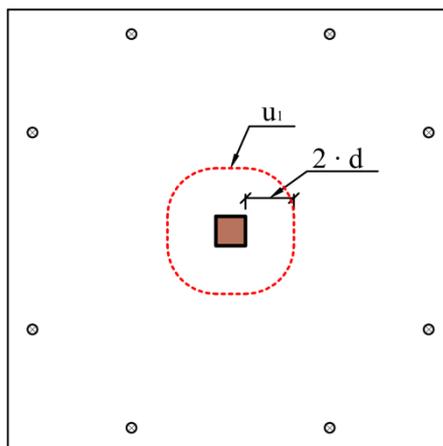


Figura 7.5 – Perímetros de controle segundo Eurocode 2 (CEN, 2004)

Tabela 7.4 – Estimativas segundo a Eurocode 2 (CEN, 2004)

Laje	Perímetro de Controle	Diâmetro do estribo	$A_{sw}$ / camada	Cargas Estimadas	Carga Exper.	$P_u / P_{uEC2}$	Local da Ruptura	
	$b_0$ (mm)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	$A_{sw}$ (mm) <sup>2</sup>	$P_{uEC2}$ (kN)	$P_u$ (kN)		Previsto	Exper.
LR	1670	–	–	181,5	242,0	1,33	–	–
L1		5,0	160	237,8	302,5	1,27	Externo	interno
L2		5,0	160	237,8	329,0	1,38	Externo	interno
L3		6,3	252	237,0	330,0	1,39	Externo	interno
L4		6,3	252	237,0	339,0	1,43	Externo	Externo

Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $u_0$ ):  
 $0,3 \cdot f_c \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d$   
 Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $u_1$ ):  
 $0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d$   
 Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle ( $u_1$ ):  
 $0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s}\right) \cdot A_{sv} \cdot f_{ysv} \cdot \text{sena}$

O Eurocode 2 (CEN, 2004) mostrou-se a norma mais conservadora em se tratando de lajes com armadura de cisalhamento, onde em média, as cargas de ruptura propostas pela norma para lajes com armadura transversal foram 35% menores em relação às cargas de ruptura observadas nos ensaios.

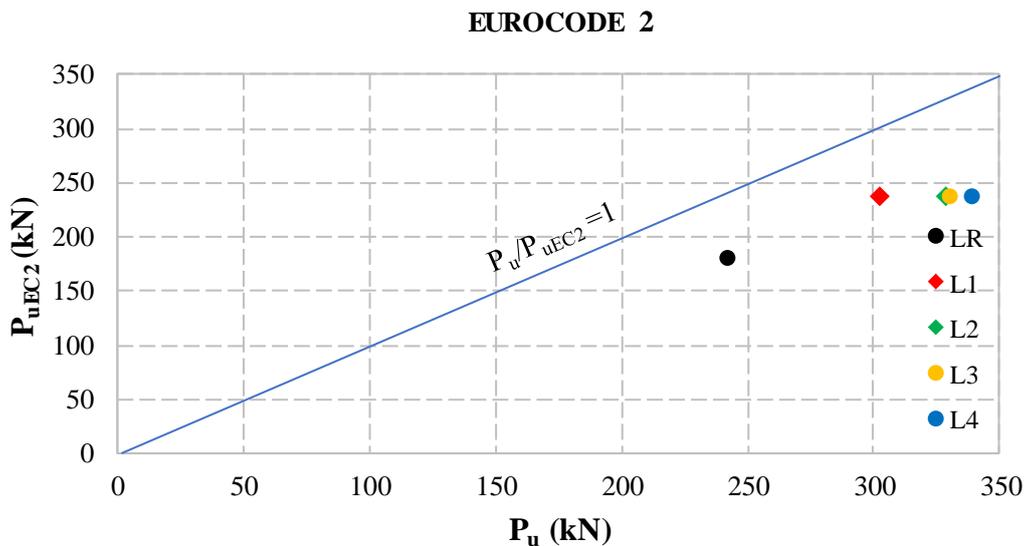


Figura 7.6 – Relação entre as cargas estimadas pela Eurocode 2 (CEN, 2004) e as cargas experimentais

## 7.5 ESTIMATIVA DE ACORDO COM A NBR 6118 (ABNT, 2014).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) tem como base o código CEB-FIP MC90 para estimar a resistência à punção. Assim como a Eurocode 2 (CEN, 2004), a NBR 6118 (ABNT, 2014) também sugere a verificação em três regiões, contudo, não limita o valor do *size effect*. A figura mostra o perímetro de controle sugerido pela norma. A Figura 7.7 mostra o perímetro de controle  $c'$ . A Tabela 7.5 apresenta as estimativas considerando as recomendações da norma brasileira juntamente com os parâmetros usados como dados para o cálculo. A Figura 7.8 mostra a relação entre as cargas estimadas e as cargas experimentais.

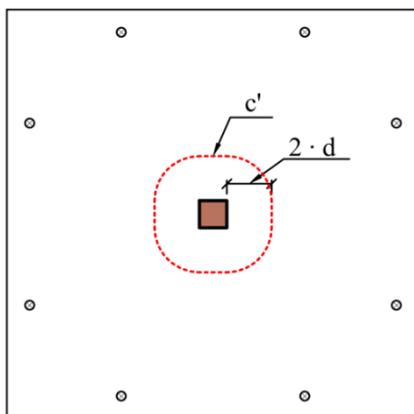


Figura 7.7 – Perímetros de controle segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Tabela 7.5 – Estimativas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Laje	Perímetro de Controle	Diâmetro do estribo	$A_{sw}$ / camada	Cargas Estimadas	Carga Exper.	$P_u / P_{uNBR}$	Local da Ruptura	
	$b_0$ (mm)	$\varnothing_{Estribos}$ (mm)	$A_{sw}$ (mm) <sup>2</sup>	$P_{uNBR}$ (kN)	$P_u$ (kN)		Previsto	Exper.
LR	1670	–	–	222,5	242,0	1,09	–	–
L1		5,0	160	331,1	302,5	0,91	Externo	interno
L2		5,0	160	331,1	329,0	0,99	Externo	interno
L3		6,3	252	330,1	330,0	0,99	Externo	interno
L4		6,3	252	330,1	339,0	1,03	Externo	Externo

Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $u_0$ ):

$$0,3 \cdot f_c \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d$$

Carga para lajes sem armadura transversal, perímetro de controle ( $u_1$ ):

$$0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d$$

Carga para lajes com armadura transversal inclinada, perímetro de controle ( $u_1$ ):

$$0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s}\right) \cdot A_{sv} \cdot f_{ysv} \cdot \text{sena}$$

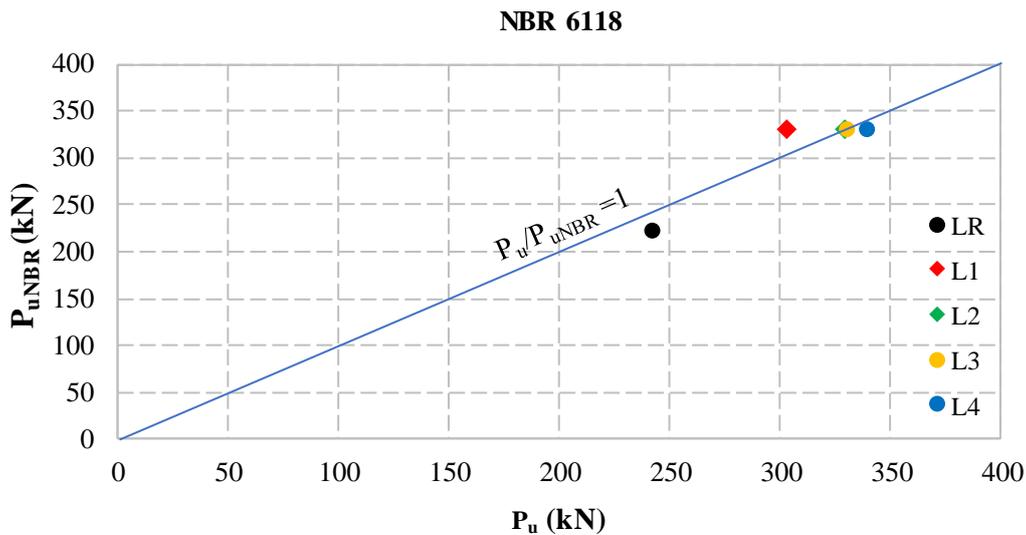


Figura 7.8 – Relação entre as cargas estimadas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e as cargas experimentais

A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresentou resultados estimados para a ruptura com valores muito próximos aos registrados experimentalmente. Para a laje de referência a ruptura ocorreu com uma carga 9% superior à estimada, porém, em algumas lajes, a norma superestimou a carga de ruptura, 9% para a laje L1, e 1% para as lajes L2 e L3, já na laje L4, a ruptura ocorreu com uma carga 7% maior que a prevista.

## 7.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Os valores para a carga de ruptura calculados pelas normas e códigos em estudo juntamente com as cargas de ruptura observadas nos ensaios são mostrados na Figura 7.9. As expressões da NBR 6118 (ABNT, 2014) foram as que melhor estimaram as cargas de ruptura das lajes com e sem armadura de cisalhamento, apresentando uma média de  $P_u/P_{flex} = 1$ . Porém, ressalta-se que esta norma superestimou a carga de ruptura para um dos modelos (L1) em 9%, e em 1% nos modelos L2 e L3. O ACI 318 (ACI, 2014) mostrou-se a norma mais conservadora na estimativa da carga de ruptura para lajes sem armadura transversal, e superestimou em até 19% as cargas de ruptura para as lajes com armadura transversal, indo contra segurança.

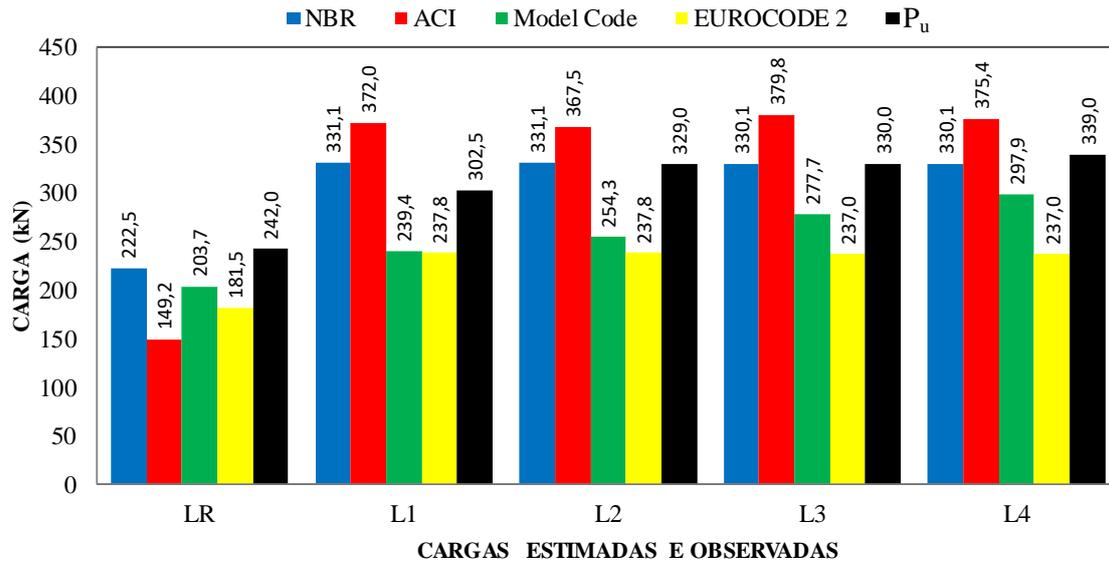


Figura 7.9 – Comparativo das cargas experimentais com as estimadas pelas normas

## 7.7 ESTIMATIVA PARA A RUPTURA POR FLEXÃO

A Tabela 7.6 apresenta as cargas últimas estimadas para flexão ( $P_{flex}$ ), em todas as lajes, com base na teoria das linhas de ruptura conforme detalhado no capítulo 2, assim como também as cargas ultimas observadas durante os ensaios ( $P_u$ ). A estimativa da carga de ruptura por flexão mostrou-se muito aproximada, e, portanto, satisfatória, uma vez que apenas um dos modelos ultrapassou a carga estimada, onde o desvio foi de apenas 2%, ocorrido na laje L4. Os demais modelos não ultrapassaram a carga de ruptura estimada para flexão, pois a ruptura por punção se deu antes de superarem a carga prevista para este modo de ruptura.

Tabela 7.6 – Relação cargas última de flexão e punção

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$\emptyset_{\text{Estribo}}$ (mm)	Inclinação do estribo	$P_{flex}$ (kN)	$P_u$ (kN)	$\frac{P_u}{P_{flex}}$
LR	95	1,06	30,7	–	–	330	242,0	0,73
L1				5,0	90°		302,5	0,91
L2				5,0	60°		329,0	0,99
L3				6,3	90°		330,0	1,00
L4				6,3	60°		339,0	1,02

## **8 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **8.1 CONSIDERAÇÕES**

Este trabalho de investigação focou-se no estudo do comportamento de lajes lisas reforçadas com um novo sistema de armaduras de cisalhamento, denominado de estribos duplos abertos, produzidos a partir de barras de aço dobradas em um arranjo diferenciado. Foram ensaiadas, no total, cinco lajes, sendo uma de referência, apenas com armadura longitudinal, e quatro compostas também por armadura transversal, variando a área de aço por perímetro de reforço através da mudança de diâmetro das barras usadas (5 mm e 6,3 mm), e variando também a inclinação com o plano da laje, 90° e 60°.

Durante os ensaios foram efetuadas várias medições, tais como a carga aplicada, o deslocamento vertical das lajes e as deformações nas armaduras. A eficiência dos sistemas de armaduras testados foi analisada com base na melhoria da capacidade resistente e de deformação da laje. Por fim, as cargas e modos de ruptura experimentais foram comparados com as estimativas normativas em questão neste trabalho.

### **8.2 DESLOCAMENTO VERTICAL DAS LAJES**

O monitoramento dos deslocamentos mostrou que de uma maneira geral, as lajes com armadura transversal apresentam uma ductilidade muito superior ao modelo de referência, principalmente nas proximidades da carga de ruptura, onde os deslocamentos se tornam mais intensos, mesmo mantendo-se o crescimento do carregamento constante, esse aumento de ductilidade chegou a 100%.

As armaduras inclinadas proporcionam uma capacidade de deformação maior para os mesmos níveis de carregamento quando comparadas com os modelos com armadura perpendicular com a mesma taxa de armadura transversal. A rotação da laje dá-se em torno da região de apoio. As medições dos deslocamentos verticais mostram que os segmentos de laje rodam em torno de eixos localizados nas faces do pilar, segundo linhas aproximadamente retas.

### 8.3 DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

As deformações no concreto foram maiores para lajes com armadura transversal devido a maior rotação apresentada por esses modelos, sendo que para lajes com estribos inclinados, por registrarem maiores deslocamentos para o mesmo carregamento, quando comparadas aos seus respectivos modelos com armadura transversal, registraram também maiores deformações no concreto.

### 8.4 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO

As armaduras de cisalhamento proporcionaram um melhor rendimento para as armaduras de flexão por aliviar a concentração de tensões. Não se observou a influência da inclinação da armadura de cisalhamento em relação a deformação das barras longitudinais, pois não se verificou uma variação significativa quanto à influência da inclinação da armadura, pois para um modelo com estribos perpendiculares, quando comparado ao modelo com estribos inclinado de mesmo diâmetro, as deformações são próximas.

### 8.5 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Independentemente do tipo de estribo e de suas seções transversais, as armaduras do perímetro mais próximo da face do pilar foram as primeiras a deformarem. As deformações mais elevadas foram registradas nos estribos inclinados. A maioria das camadas de armadura monitoradas ultrapassaram a tensão de escoamento, o que significa que a sua capacidade resistente foi totalmente mobilizada, e as que não ultrapassaram ficaram muito próximas.

### 8.6 MAPAS DE FISSURAÇÃO

Independente do modelo analisado, as fissuras radiais foram as primeiras a aparecerem, tendo origem nas proximidades do perímetro do pilar. As fissuras tangenciais apareceram ao redor do perímetro do pilar em níveis mais elevados de carregamento. As primeiras fissuras surgiram com carregamentos muito próximos ou similares para as lajes com armadura transversal, mostrando que a inclinação da armadura não influenciou quanto a fissuração

inicial. De modo geral, a fissuração nos modelos com armadura de combate à punção foi mais intensa quando comparada à laje de referência.

## 8.7 CARGAS DE RUPTURA OBSERVADAS

A utilização da armadura de combate à punção analisada nesse trabalho proporcionou acréscimos na capacidade resistente das lajes ao puncionamento, sendo que esse ganho de resistência foi ainda mais significativo para os modelos com armadura inclinada, chegando a ser 40% superior à carga de ruptura para a laje sem armadura transversal.

## 8.8 MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS

A armadura de cisalhamento proporcionou maior ductilidade na ruptura, evitando que ela acontecesse de modo brusco, como ocorreu na laje sem a devida armadura, LR, que alcançou a ruptura por punção. Para as lajes com armadura transversal, a ruptura se deu por flexo-punção, onde o acréscimo de resistência proporcionando pelos estribos fez com que as lajes alcançassem a carga de ruptura estimada para flexão, formando também um plano de ruptura por puncionamento.

## 8.9 ESTIMATIVAS NORMATIVAS

As expressões da NBR 6118 (ABNT, 2014) foram as que melhor estimaram as cargas de ruptura das lajes com e sem armadura de cisalhamento, porém, subestimou a carga de ruptura para a laje sem armadura transversal em 9%. O ACI 318 (ACI, 2014) mostrou-se a norma mais conservadora na estimativa da carga de ruptura para lajes sem armadura transversal, subestimando em 62% a carga de ruptura, já para lajes com armadura, superestimou as cargas de ruptura em uma média de 14%. O MODEL CODE (*fib*, 2010) mostrou-se muito conservador, subestimando em média 20% as cargas de ruptura.

## 8.10 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados da investigação apresentados neste trabalho demonstram que o novo sistema de armaduras de combate à punção proposto, pode melhorar a capacidade resistente e de

deformação de lajes lisas sujeitas a esforços de puncionamento simétrico. Os ensaios desenvolvidos limitaram-se a um número reduzido de espécimes, vários aspetos relacionados ao tipo de carregamento ou à configuração das próprias armaduras, não foram considerados neste trabalho. Desta forma, além da necessidade de realizar novos ensaios para confirmar os resultados obtidos nesta investigação, enunciam-se, em seguida, outras recomendações para futuras investigações:

Variar a disposição, quantidade e diâmetro da armadura transversal a fim de determinar a configuração mais eficiente para estas armaduras.

Estudar o comportamento de lajes lisas com geometria não simétrica e carregamento excêntrico.

Estudar a eficiência das armaduras de cisalhamento variando a espessura das lajes.

Realizar ensaios variando a inclinação, o diâmetro e o comprimento de ancoragem das armaduras de combate a punção.

Estudar o potencial técnico-económico do sistema de armaduras de puncionamento utilizado e avaliar a possibilidade de, futuramente, poder ser industrializado.

Criar uma base de dados para comparação de resultados com outros trabalhos da literatura.

## 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI 318. **Building Code Requirements for Structural Concrete**, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

AZEVEDO, A. P. (1999) **Resistência e Ductilidade das Ligações Laje-Pilar em Lajes-Cogumelo de Concreto de Alta Resistência Armado com Fibras de Aço e Armadura Transversal de Pinos**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Dissertação de mestrado, São Paulo, 1999.

BROMS, C. E., **Elimination of Flat Plate Punching Failure Mode.**, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 1, pp. 94-101, 2000.

BEUTEL, R; HEGGER, J., **The Effect of Anchorage on the Effectiveness of the Shear Reinforcement in the Punching Zone.**, Cement & Concrete Composites, 2002. v.24, p.539 - 549.

CARVALHO, A. S. (2006). **Análise Experimental de Laje Lisa de Concreto Armado de Alta Resistência com Metacaulim Apoiadas em Pilares Retangulares e Armada à Punção**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, Pará, 2006.

CEB-FIP. **MODEL CODE 2010: Final Draft**. Model Code Prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, September, 2011.

DIAS, R. H. **Sistemas Estruturais para Grandes Vãos em Pisos e a Influência na Concepção Arquitetônica**. PORTAL VITRUVIUS. Texto Especial 270 – Dezembro, 2004.

CUNHA, A. J. P.; VICENTE, C. M. de S (1998). **Lajes em Concreto Armado e Protendido**. Rio de Janeiro: EDUFF, 1998.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. **Shear Strength of Reinforced Concrete Slab**. ACI journal 1956, Proceedings. V.53, n°. 1, july, pp. 29-57.

EUROCODE 2. **Design of Concrete Structures**. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. European Standard, 2004.

GASPARINNI, D. A., **Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905-1999**, Journal of Structural Engineering, 2002, 128, N° 10, 1243-1252.

HALLGREN, M. **Pushing Shear Tests on Reforced High Strength Concrete Slabs**. Technical report 1994:14, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1994.

JOANSEN, K. W. **Bruchmoment der Kreuzweise Bewehrten Platten**. Polytekinisk Forening. Genoptrykt. 1932

LANGENDONCK, Telemaco van. **Teoria Elementar das Charneiras Plásticas**. São Paulo, 1970.

LEONHARDT, F.; MÖNIG, E. (1978). **Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro, Interciência. v.2.

LIPS S., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A., **Experimental Investigation on Punching Strength and Deformation Capacity of Shear-Reinforced Slabs**. ACI Structural Journal, Vol. 109, USA, 2012, pp. 889-900.

MACGREGOR, J. G. (1992). **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. New Jersey: Prentice Hall, 1992.

MACGREGOR, J. G.; WIGHT, J. K. **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. New Jersey: Prentice Hall, 2011.

MUTTONI, A., **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement.**, ACI Structural Journal, Vol. 105, No. 4, pp. 440-450, 2008.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A., **Performance and Design of Punching Shear Reinforcing Systems**.,3rd FIB International Congress, 2010.

OLIVEIRA, D. R. C. (1998). **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta resistência com Armadura Inclinada de Punção**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Dissertação de Mestrado, Brasília, 1998.

OLIVEIRA, D. R. C. (2003). **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Doutorado, Brasília, 2003.

PARK, R. & GANBLE, W. L. (1980) **Reinforced Concret Slabs**. New York John Wiley e Sons Inc., 1980

PILAKOUTAS, K., LI, X., **Alternative shear reinforcement for reinforced concrete flat slabs**., Journal of Structural Engineering, 129, 1164-1172, 2003.

SOUZA, S. S. M. (2007). **Análise Experimental de Lajes Lisas Nervuradas de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, Pará, 2007.

TRAUTWEIN, L. M. (2001). **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento Tipo “STUD” Interno e Tipo Estribo Inclinado**. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Tese de Mestrado, Brasília, 2001.